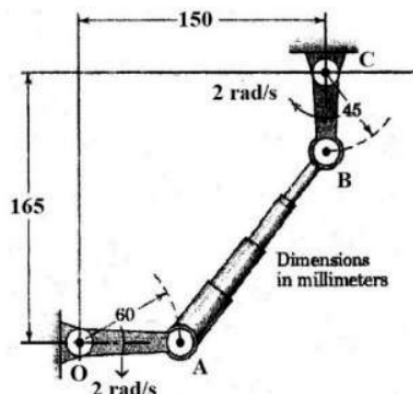


۸۶- در مکانیزم زیر، سرعت زاویه‌ای لینک تلسکوپی AB چند $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است؟ (تمام ابعاد بر حسب میلی‌متر است.)



(۱) $\frac{24}{25}$ پاد ساعت گرد

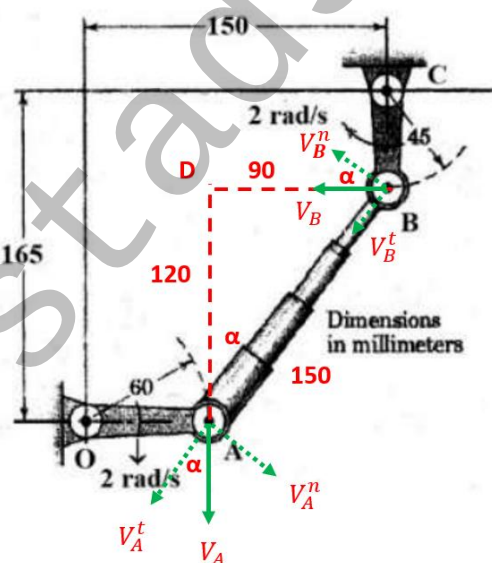
(۲) $\frac{24}{25}$ ساعت گرد

(۳) $\frac{3}{4}$ پاد ساعت گرد

(۴) $\frac{4}{3}$ ساعت گرد

پاسخ درست: گزینه ۱

ابتدا نقطه D را به عنوان محل تلاقی خط عمودی گذرنده از A و خط افقی گذرنده از B تعریف می‌کنیم. با توجه به ابعاد هندسی مقادیر $\sin(\alpha)$ و $\cos(\alpha)$ و همچنین ابعاد AD، BD و AB مشابه شکل زیر محاسبه می‌شود. سرعت نقطه A عمودی و به سمت پایین و سرعت نقطه B افقی و به سمت چپ خواهد بود. برای بدست آوردن سرعت دوران AB لازم است مقادیر سرعت عمود بر میله در دو نقطه A و B را محاسبه نموده و سپس از تقسیم آن بر طول میله، سرعت دوران را بدست آورد. با توجه به راستای سرعت‌ها، دوران پادساعتگرد خواهد بود.



$$\sin(\alpha) = \frac{90}{150}, \cos(\alpha) = \frac{120}{150}$$

$$V_A = \overline{OA} \times \omega_{OA} = \frac{60}{1000} \times 2$$

$$V_A^n = V_A \times \sin(\alpha) = \frac{60 \times 2 \times 90}{1000 \times 150}$$

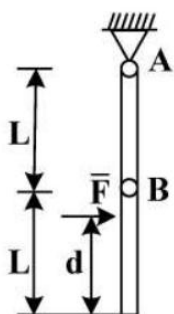
$$V_B = \overline{BC} \times \omega_{BC} = \frac{45}{1000} \times 2$$

$$V_B^n = V_B \times \cos(\alpha) = \frac{45 \times 2 \times 120}{1000 \times 150}$$

$$V_{A|B}^n = V_A^n - V_B^n = \overline{AB} \times \omega_{AB} \rightarrow \omega_{AB} = \frac{\frac{60 \times 2 \times 90}{1000 \times 150} - \frac{45 \times 2 \times 120}{1000 \times 150}}{150/1000}$$

$$\omega_{AB} = \frac{2 \times 90 \times 120}{150 \times 150} = \frac{24}{25}$$

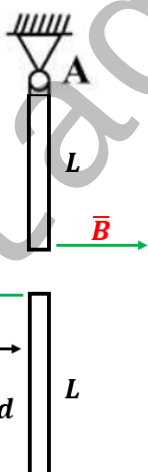
۸۷- پاندول دوتایی زیر از دو میله باریک و یکنواخت مشابه که در نقطه B به هم پین شده‌اند تشکیل شده و در شرایط سکون قرار دارد. جرم هر میله m و طول آن L است. d فاصله بین راستای ضربه $\vec{F}$ و انتهای میله پایینی چند برابر L باشد تا سرعت زاویه‌ای میله پایینی بلافاصله پس از ضربه صفر شود؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{5}{8}$
(۴) $\frac{7}{8}$

پاسخ درست: گزینه ۳

به دلیل ضربه به لینک دوم، نیرویی به صورت ضربه در محل اتصال دو لینک نیز ایجاد می‌شود. با توجه به اصل ضربه و اندازه حرکت زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای میله اول قابل محاسبه می‌باشد. پس از آن سرعت نقطه B به صورت حاصل ضرب فاصله آن تا تکیه‌گاه ضرب در سرعت زاویه‌ای میله اول محاسبه شده و با توجه به عدم دوران در لینک دوم، سرعت مرکز جرم لینک دوم نیز برابر با همین مقدار خواهد بود. با نوشتن روابط مربوط به اصل ضربه و اندازه حرکت خطی و زاویه‌ای برای لینک دوم به صورت زیر، می‌توان مقدار d را محاسبه نمود.



$$\bar{B}L = \frac{1}{3}mL^2\omega_1 \rightarrow \bar{B} = \frac{1}{3}mL\omega_1$$

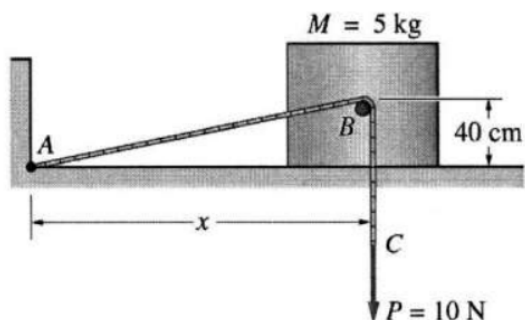
$$V_B = L\omega_1, \omega_2 = 0 \rightarrow V_{G_2} = L\omega_1$$

$$\bar{F} - \bar{B} = mL\omega_1 \rightarrow \bar{F} = \frac{4}{3}mL\omega_1$$

$$\bar{F}\left(d - \frac{L}{2}\right) - \bar{B}\frac{L}{2} = 0 \rightarrow \frac{4}{3}\left(d - \frac{L}{2}\right) = \frac{1}{6}L \rightarrow d = \frac{5}{8}L$$

۸۸- در شکل زیر، جسمی به جرم ۵ کیلوگرم روی سطح بدون اصطکاکی قرار گرفته است. اگر $x = 200$ سانتی‌متر

باشد، شتاب جسم در این لحظه چند $\frac{m}{s^2}$ است؟



(۱) ۰/۹۶

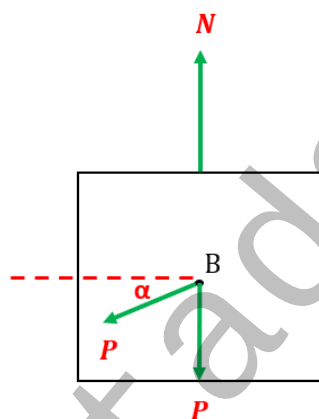
(۲) ۲/۹۶

(۳) ۱/۶۹

(۴) ۱/۹۶

پاسخ درست: گزینه ۴

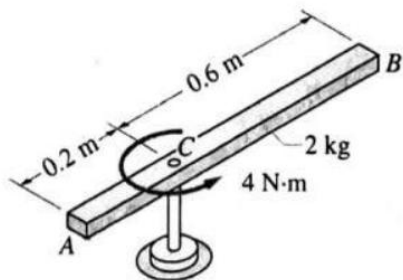
با توجه به شکل مشخص است جسم بر روی سطح افقی حرکت می‌کند، در نتیجه هدف پیدا کردن شتاب در این راستا می‌باشد. از آنجایی که اصطکاک وجود ندارد تنها نیروی افقی، نیروی کشش طناب بوده که مقدار آن در راستای افق قابل محاسبه می‌باشد. با مشخص شدن نیرو و جرم جسم، شتاب در راستای افقی با توجه به روابط زیر بدست می‌آید.



$$\sum F_x = ma_x \rightarrow P \cos(\alpha) = ma_x, \cos(\alpha) = \frac{200}{\sqrt{200^2 + 40^2}}$$

$$10 \times \frac{5}{\sqrt{26}} = 5a_x \rightarrow a_x = 1.96$$

۸۹- میله یکنواخت BA به جرم ۲ کیلوگرم بر روی شافت قائم در نقطه C سوار شده است. یک گشتاور ثابت ۴ نیوتن متر به میله وارد می شود. به ترتیب شتاب زاویه ای میله (بر حسب $\frac{r}{s}$) و مقدار نیروی عکس العمل افقی عمود به میله در نقطه C



(بر حسب N) چقدر است؟

(۱) ۱۱/۴۲ و ۲۱/۴۳

(۲) ۸/۵۷ و ۲۱/۴۳

(۳) ۸/۵۷ و ۱۰/۴۹

(۴) ۱۱/۴۲ و ۱۰/۴۹

پاسخ درست: گزینه ۲

با استفاده از قانون اوایلر می توان شتاب زاویه ای را بدست آورد. اما قبل از آن باید ممان اینرسی دورانی را حول نقطه C بدست آورد. با مشخص بودن مقدار گشتاور و ممان حول نقطه C، شتاب زاویه ای بدست آمده و سپس با استفاده از آن می توان شتاب خطی مرکز جرم را بدست آورد. طبق رابطه نیوتون این شتاب تابعی از نیروی افقی بوده که همان نیروی تکیه گاه می باشد.

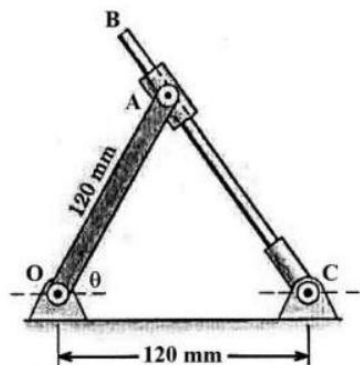
$$I_C = I_G + md^2 = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{4}\right)^2 = \frac{7}{48}mL^2$$

$$\sum T = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{T_C}{I_C} = \frac{4 \times 48}{7mL^2} = 21.43$$

$$a_x = \overline{CG}\alpha = 0.2 \times 21.43$$

$$\sum F_x = ma_x \rightarrow F_x = 2 \times 0.2 \times 21.43 = 8.57$$

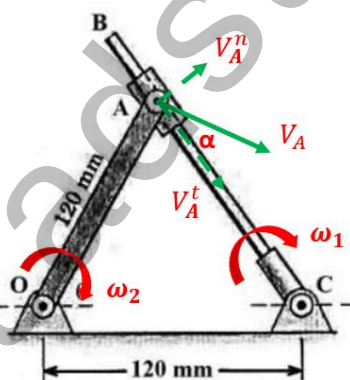
۹۰- در مکانیزم زیر، عضو CB دارای سرعت زاویه‌ای 2 رادیان بر ثانیه ساعتگرد است. سرعت زاویه‌ای عضو OA در زمانی که $\theta = 60^\circ$ است، چند رادیان بر ثانیه است؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

پاسخ درست: گزینه ۳

با توجه به برابر بودن طول OA و OC و برابر 60° بودن زاویه θ مثلث OAC متساوی‌الاضلاع می‌باشد. در نتیجه زاویه α برابر با 30° درجه خواهد بود. سرعت نقطه A را می‌توان با استفاده از دوران لینک OA بدست آورد. همچنین مولفه عمود این سرعت بر لینک BC را می‌توان با استفاده از دوران لینک BC محاسبه نمود. با توجه به مشخص بودن زاویه α رابطه بین سرعت نقطه A و مولفه عمودی آن می‌توان مشخص است. با ترکیب این روابط می‌توان سرعت زاویه‌ای لینک OA را به راحتی محاسبه نمود.



$$V_A = \overline{OC} \times \omega_2 = l\omega_2$$

$$V_A^n = \overline{AC} \times \omega_1 = l\omega_1$$

$$V_A^n = V_A \sin(\alpha)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sin(\alpha)} = \frac{2}{\sin(30^\circ)} = 4$$