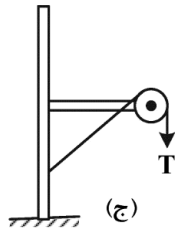
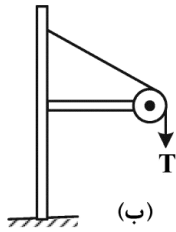
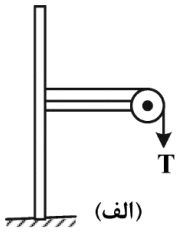


۶۶- در هر سه حالت زیر، ابعاد سازه های یکسان و کشش طناب بدون وزن برابر T است. در کدام حالت گشتاور بیشتری به پایه قاب در نقطه اتصال به زمین وارد میشود؟



(۱) الف

(۲) ب

(۳) ج

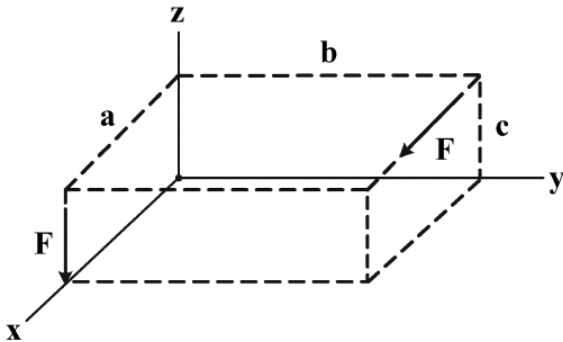
(۴) در هر سه مورد یکسان است

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

چون نیروی وارد شده فاصله یکسانی از نقطه اتصال به زمین دارد گشتاور هر سه حالت با هم برابر است.

نکته: نیاز به برش دادن طناب نمی باشد، طناب نیروی داخل می باشد و اثری بر گشتاور پایه ندارد.

۶۷- دو نیروی F در شکل زیر با یک سیستم هم ارز استاتیکی نیرو و کوپل برآیند در مبدا مختصات جایگزین میشود. بردار کوپل پیچ گوشتی وار کدام است؟



$$\frac{Fb}{2}(\vec{i} - \vec{k}) \quad (۱)$$

$$\frac{Fa}{2}(\vec{i} - \vec{k}) \quad (۲)$$

$$Fb(\vec{i} - \vec{k}) \quad (۳)$$

$$Fa(\vec{i} - \vec{k}) \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.

$$R = \sum F = F\hat{i} - F\hat{k} = |F|\hat{n} = \sqrt{2}F\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}\right)$$

$$\sum M_o = aF\hat{j} + cF\hat{j} - bF\hat{k} = F((a+c)\hat{j} - b\hat{k}) = (x\hat{i} + y\hat{j}) \times R + M$$

$$\sum M_o = (x\hat{i} + y\hat{j}) \times (F\hat{i} - F\hat{k}) + M\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}\right) = \left(-Fy + \frac{M}{\sqrt{2}}\right)\hat{i} + Fx\hat{j} + \left(-Fy - \frac{M}{\sqrt{2}}\right)\hat{k}$$

$$\rightarrow F((a+c)\hat{j} - b\hat{k}) = \left(-Fy + \frac{M}{\sqrt{2}}\right)\hat{i} + Fx\hat{j} + \left(-Fy - \frac{M}{\sqrt{2}}\right)\hat{k}$$

$$j: F(a+c) = Fx \rightarrow x = (a+c)$$

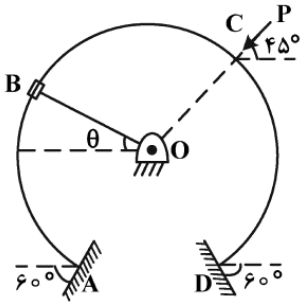
$$k: -bF = -Fy - \frac{M}{\sqrt{2}} \rightarrow -Fy = -bF + \frac{M}{\sqrt{2}}$$

$$i: 0 = -Fy + \frac{M}{\sqrt{2}} \rightarrow 0 = -bF + \frac{M}{\sqrt{2}} + \frac{M}{\sqrt{2}} \rightarrow M = \frac{bF\sqrt{2}}{2}$$

$$M = \frac{bF\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} - \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{k}\right) = \frac{Fb}{2}(\hat{i} - \hat{k})$$

۶۸- میله ای به شکل یک قوس دایره ای به مرکز O خم شده و بر روی سطح بدون اصطکاک A و D تکیه داده شده است و تحت نیروی شعاعی P قرار دارد. طوقه بی وزن B به طناب بی وزن تحت کشش OB متصل است و می تواند بدو اصطکاک آزادانه روی میله حرکت کند.

نسبت نیروی $\frac{R_A}{R_D}$ کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

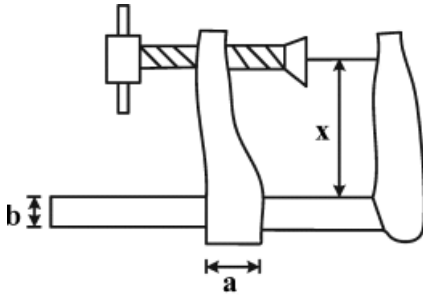
$$\cos \theta \quad (3)$$

$$\sin \theta \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به آنکه نیروی P و نیروی طناب هر دو از مرکز میگذرند جهت برقراری تعادل حول مرکز باید دو نیروی سطح A و D باهم برابر باشند. چرا که اگر این دو برابر نباشند این دو نیرو گشتاور ایجاد میکنند (برهان خلف)

۶۹- در گیره نجاری شکل زیر مقدار x چقدر باشد، تا فک سمت چپ تحت بار نلغزد؟ (از وزن فک سمت چپ در برابر نیروی گیره صرف نظر شود. ضریب اصطکاک سطح μ_s است.)



$$\frac{a+b}{\mu_s} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_s a - b}{\mu_s} \quad (2)$$

$$\frac{a - \mu_s b}{2\mu_s} \quad (3)$$

$$\frac{b\mu_s + a}{2\mu_s} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳ صحیح است.

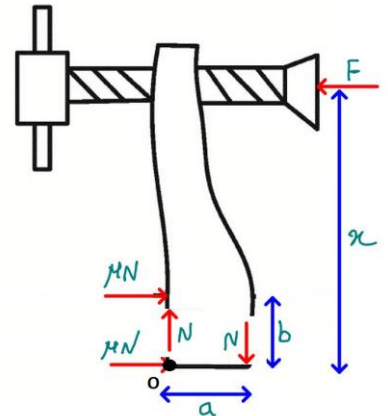
با توجه به دیاگرام آزاد رسم شده در تصویر زیر داریم:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F - 2\mu N = 0 \rightarrow F = 2\mu N$$

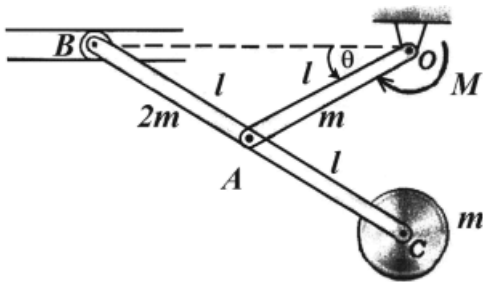
$$\sum M_o = 0 \rightarrow F(x+b) - Na - \mu Nb = 0$$

$$2\mu N(x+b) - Na - \mu Nb = 0 \rightarrow 2\mu(x+b) - a - \mu b = 0$$

$$2\mu x - a + \mu b = 0 \rightarrow x = \frac{\mu b - a}{2\mu}$$



۷۰- مقدار کوپل M که در نقطه O اعمال شود تا مکانیزم را در $\theta = 30^\circ$ در حال تعادل نگه دارد، کدام است؟ (جرم میله OA ، BC و دیسک به ترتیب m ، $2m$ و m و توزیع جرم آنها یکنواخت است)



- (۱) $\frac{7}{2} mgl$
- (۲) $\frac{7\sqrt{3}}{4} mgl$
- (۳) $\frac{9}{2} mgl$
- (۴) $\frac{9\sqrt{3}}{4} mgl$

پاسخ: گزینه ۴ صحیح است.

این مسئله به دو روش نوشتن معادله تعادل و کار مجازی قابل حل می‌باشد، که با توجه به سادگی روش کار مجازی داریم:

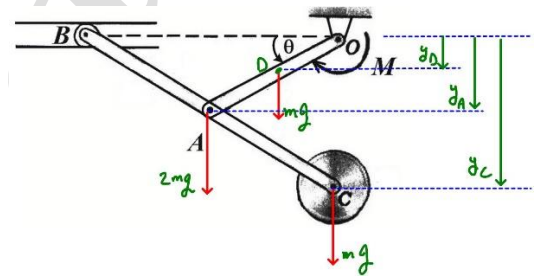
$$y_D = \frac{L}{2} \sin \theta \rightarrow \delta y_D = \frac{L}{2} \cos \theta \delta \theta$$

$$y_A = L \sin \theta \rightarrow \delta y_A = L \cos \theta \delta \theta$$

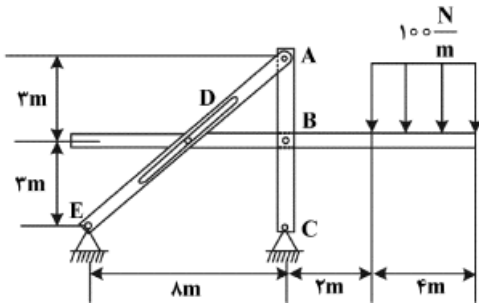
$$y_C = 2L \sin \theta \rightarrow \delta y_C = 2L \cos \theta \delta \theta$$

$$dw = -M\delta\theta + mg \frac{L}{2} \cos \theta \delta\theta + 2mgL \cos \theta \delta\theta + mg 2L \cos \theta \delta\theta = 0$$

$$M = \frac{9\sqrt{3}}{4} mgl$$



۷۱- در شکل زیر مقدار عکس‌العمل در بین B چند نیوتن است؟



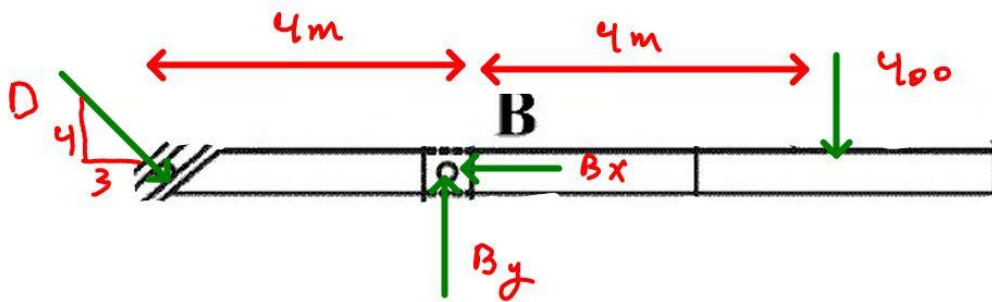
۸۵۴/۴(۱)

۵۸۳/۱(۲)

۴۸۰/۷(۳)

۴۰۰(۴)

پاسخ: گزینه ۱ صحیح است.



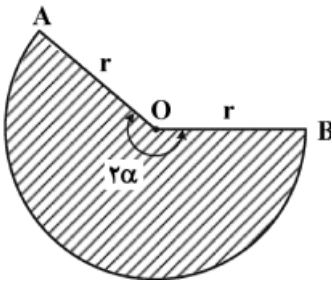
$$\sum M_D = 0 \rightarrow 400 \times 8 = B_y \times 4 \rightarrow B_y = 800$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow D \left(\frac{4}{5} \right) + 400 = 800 \rightarrow D = 500$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = D \left(\frac{3}{5} \right) = 300$$

$$B = \sqrt{800^2 + 300^2} = 854/4$$

۷۲- اگر قطاع شکل زیر به زاویه 2α از نقطه A آویزان شود، زاویه ای که شعاع OA با راستای قائم در حالت تعادل می سازد کدام است؟



$$\text{tg}^{-1} \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \text{tg } \alpha \right] \quad (1)$$

$$\text{cotg}^{-1} \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \text{cotg } \alpha \right] \quad (2)$$

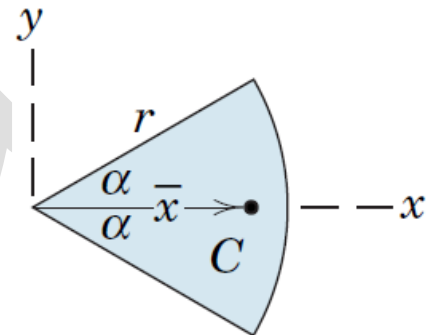
$$\cos^{-1} \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right] \quad (3)$$

$$\sin^{-1} \left[\frac{3}{2} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha} - \sin \alpha \right] \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲ صحیح است.

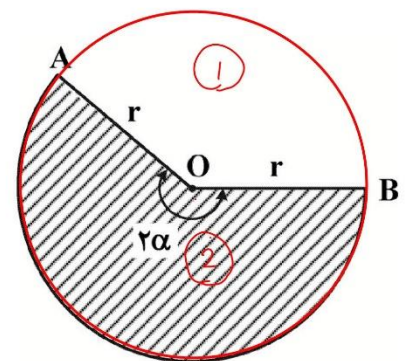
مرکز سطح یک قطاع از دایره از رابطه زیر محاسبه میگردد:

$$\bar{x} = \frac{2}{3} \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$$



مرکز سطح یک دایره وسط آن می باشد

$$\bar{X} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 = 0 \rightarrow \bar{X}_1 = -\bar{X}_2$$



بنابر این مرکز سطح قطاع شماره ۱ منفی مرکز سطح قطاع شماره ۲ می باشد، حال برای تعادل کفایت نیروی طناب از مرکز سطح قطاع بگذرد:

$$\sin \alpha = \frac{y}{x} = \frac{y}{\frac{r \sin \alpha}{\cos \alpha}} \rightarrow y = \frac{r \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$$

$$t = r - \frac{r \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{t} = \frac{\frac{r \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}}{r - \frac{r \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{r \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}}{1 - \frac{r \sin \alpha \cos \alpha}{r \cos \alpha}}$$

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{1 - \frac{r \sin \alpha \cos \alpha}{r \cos \alpha}}{\frac{r \sin^2 \alpha}{r \cos \alpha}} = \frac{r \cos \alpha - r \sin \alpha}{r \sin^2 \alpha} = \operatorname{cotg} \alpha$$

$$\theta = \operatorname{cotg}^{-1} \left[\frac{r \cos \alpha - r \sin \alpha}{r \sin^2 \alpha} - \operatorname{cotg} \alpha \right]$$

