به نام او

کنکور مکانیک

گروه آموزشی استاد سرلک

OstadSarlak.ir

حل تشریحی کنکور کارشناسی ارشد ۱۴۰۲

رشته مهندسی مکانیک

باکس دینامیک و ارتعاشات

تنظیم: استاد خالصی

سوالات دینامیک

۸۶- ماهواره‌ای به جرم m در یک مدار دایره‌ای به شعاع R حول زمین در حال چرخش است. اگر جرم زمین m_e فرض شود، نرخ تغییرات زمانی اندازه حرکت خطی و نیز نرخ تغییرات زمانی اندازه حرکت زاویه‌ای حول مرکز زمین به‌ترتیب کدام است؟ (ماهواره و زمین کره‌هایی با توزیع جرم یکنواخت فرض شوند.)

۱) صفر ـ صفر

۲) $G\frac{m_e m}{R^2}$ ـ صفر

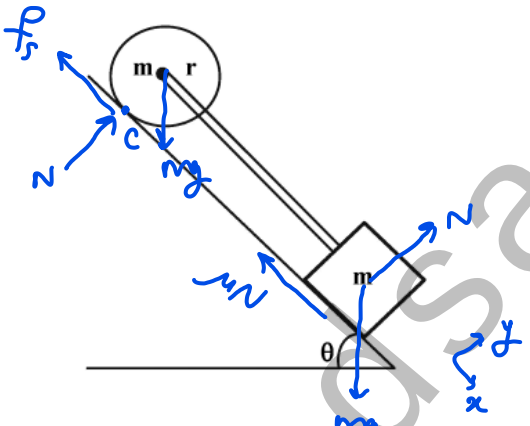
۳) $G\frac{m_e m}{R^2}$ ـ به سرعت ماهواره وابسته است.

۴) هر دو به سرعت ماهواره وابسته‌اند.

طبق روابط، داریم: $\dot{H} = I\dot{\omega} = I\alpha = \Sigma M$ ، $\dot{P} = m\dot{v} = ma = \Sigma F$

با توجه به اینکه در این شرایط، تنها نیروی گرانش به مرکز جرم ماهواره وارد می‌شود، برآیند نیرو برابر $m\frac{Gm_e}{R^2}$ و برآیند گشتاور برابر صفر است. بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۸۷- یک دیسک و یک جرم متمرکز به‌وسیله یک میله بدون جرم به‌هم وصل شده‌اند و بر روی سطح شیب‌دار با ضریب اصطکاک μ حرکت می‌کنند. حرکت دیسک بدون‌لغزش است. μ چقدر باشد تا به میله نیرویی وارد نشود؟



۱) $\frac{2}{3}\tan\theta$

۲) $\frac{1}{2}\tan\theta$

۳) $\frac{1}{3}\tan\theta$

۴) $\frac{1}{4}\tan\theta$

برای اینکه نیرویی به میله وارد نشود، باید شتاب در جسم یکی باشد

جرم متمرکز: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg\cos\theta$

$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg\sin\theta - \mu N = ma \Rightarrow a = g\sin\theta - \mu g\cos\theta$ (I)

دیسک: $\Sigma M_C = I_C\alpha \Rightarrow mg\sin\theta \cdot r = (\frac{1}{2}mr^2 + mr^2)\alpha = \frac{3}{2}mr^2\cdot\frac{a}{r}$

$\Rightarrow a = \frac{2}{3}g\sin\theta$ (II)

وقتی بدون لغزش $\Rightarrow a = r\alpha$

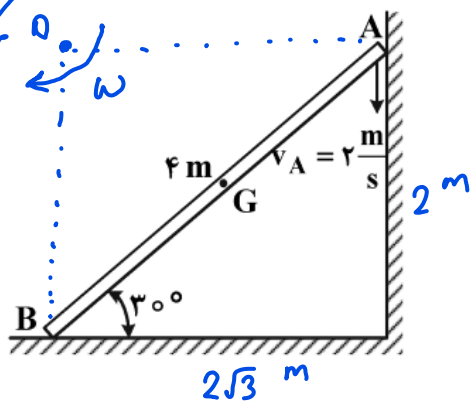
(I), (II) $\Rightarrow g\sin\theta - \mu g\cos\theta = \frac{2}{3}g\sin\theta$

$\Rightarrow \mu\cos\theta = \frac{1}{3}\sin\theta$

$\Rightarrow \mu = \frac{1}{3}\tan\theta$

ostadsarlak.ir

۸۸- در یک لحظه معین میله $5\ kg$ دارای حرکت نشان‌داده‌شده در شکل است، مومنتم زاویه‌ای آن حول مرکز جرم و مرکز آنی دوران به‌ترتیب از راست به چپ چند $\frac{kg.m^2}{s}$ است؟



۱) $\frac{۸۰\sqrt{۳}}{۹}$ و $\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۹}$

۲) $\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}$ و $\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}$

۳) $\frac{۸۰\sqrt{۳}}{۳}$ و $\frac{۲۰\sqrt{۳}}{۳}$

۴) $۸۰\sqrt{۳}$ و $۲۰\sqrt{۳}$

$v_A = 2\ m/s = r_A \cdot \omega = 2\sqrt{3}\,\omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{3}}$

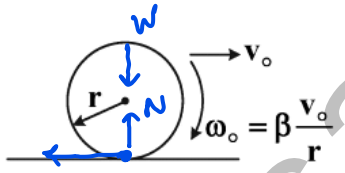
$I_G = \frac{1}{12} m l^2 = \frac{1}{12} \times 5 \times 4^2 = \frac{20}{3}$

$\Rightarrow H_G = I_G \omega = \frac{20}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{9}$

$I_O = I_G + m d^2 = \frac{1}{12} m l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) \times 5 \times 4^2 = \frac{80}{3}$

$\Rightarrow H_O = I_O \omega = \frac{80}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{9}$

۸۹- یک دیسک به شعاع r و شعاع ژیراسیون مرکزی k را روی سطحی با ضریب اصطکاک μ_k قرار می‌دهیم. سرعت اولیه مرکز دیسک v_0 و سرعت‌زاویه‌ای اولیه آن $\beta\frac{v_0}{r}$ $(\beta < 1)$ است. چقدر طول می‌کشد که غلتش دیسک روی سطح شروع شود؟



۱) $\frac{v_0(1-\beta)}{\mu_k g(1+\frac{k^2}{r^2})}$

۲) $\frac{v_0(1-\beta)}{2\mu_k g(1+\frac{k^2}{r^2})}$

۳) $\frac{v_0(1-\beta)}{2\mu_k g(1+\frac{r^2}{k^2})}$

۴) $\frac{v_0(1-\beta)}{\mu_k g(1+\frac{r^2}{k^2})}$

$mN = \mu mg$

$\Sigma F = ma \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g$

$\Sigma M = I\alpha \Rightarrow \mu mg.r = mk^2.\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mu g r}{k^2}$

با توجه به سرعت اولیه خطی و زاویه‌ای و شتاب‌ها، داریم:

$$\begin{cases} v = v_0 - \mu g t \\ \omega = \omega_0 + \frac{\mu g r}{k^2} t = \beta \frac{v_0}{r} + \frac{\mu g r}{k^2} t \end{cases}$$

سرعت عکس: $v = r\omega \Rightarrow v_0 - \mu g t = \beta \frac{v_0}{r} + \frac{\mu g r}{k^2} t \Rightarrow t = \frac{v_0(1-\beta)}{\mu g\left(1+\frac{r^2}{k^2}\right)}$

ostadsarlak.ir

سوالات ارتعاشات

۹۰- کدام‌یک از عبارات زیر درست است؟

۱) یکی از فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌تواند صفر باشد.

۲) فرکانس طبیعی دمپ‌شده، ω_d بزرگتر از فرکانس‌طبیعی ω_n است.

۳) برای ارتعاش یک سیستم جرم، فنر و دمپر، نیروی خارجی ضروری است.

۴) سیستم‌های ارتعاشی می‌توانند فاقدجرم بوده و فقط فنر و دمپر داشته‌باشند.

در صورتی که سیستم نیم معین باشد، یکی از فرکانس های طبیعی آن صفر است. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.
در مورد سایر گزینه ها، میدانیم $\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$. پس گزینه ۲ اشتباه است. برای ارتعاش سیستم، نیروی به وجود نیروی خارجی نیست، شرایط اولیه می‌تواند موجب ایجاد ارتعاش شود. پس گزینه ۳ نیز نادرست است.
در نهایت سیستم ارتعاشی حتما باید جرم (یا اینرسی) داشته باشد تا معادلات حاکم برای آن قابل استخراج گردد. بنابراین گزینه ۴ نیز نادرست است.

۹۱- کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد روش‌های تقریبی تحلیل تیرها درست است؟

۱) روش ریلی ـ ریتز برای حل پاسخ تیرهای ناپایستار مناسب‌تر از روش گلرکین است.

۲) روش ریلی ـ ریتز برای حل پاسخ تیرهای غیرخطی مناسب‌تر از روش گلرکین است.

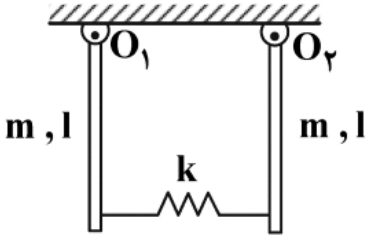
۳) برای به‌دست آوردن پاسخ زمانی تیر، روش ریلی ـ ریتز مناسب‌تر از روش مودهای فرضی است.

۴) فرکانس‌های‌طبیعی به‌دست‌آمده از روش ریلی ـ ریتز همواره بزرگتر از فرکانس‌های‌طبیعی تیر است.

با توجه به خصوصیات روش های ریلی ـ ریتز و گلرکین، می توان نتیجه گرفت گزینه ۴ صحیح است.
البته این دو روش معمولا در سر فصل درس ارتعاشات کارشناسی مورد بررسی دقیق قرار نمی گیرند و طراح این سوال در آزمون ارشد منطقی به نظر نمی رسد.

ostadsarlak.ir

۹۲- سیستم ارتعاشی شکل در صفحهٔ افقی قرار دارد. فرکانس طبیعی غیرصفر سیستم کدام است؟ (ممان اینرسی میله‌ها حول تکیه‌گاه $(\frac{1}{3}ml^2)$

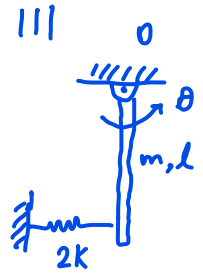


۱) $\sqrt{\frac{k}{m}}$

۲) $\sqrt{\frac{3k}{m}}$

۳) $\sqrt{\frac{6k}{m}}$ ✓

۴) $\sqrt{\frac{12k}{m}}$



$\sum M_o = I_o \ddot{\theta}$

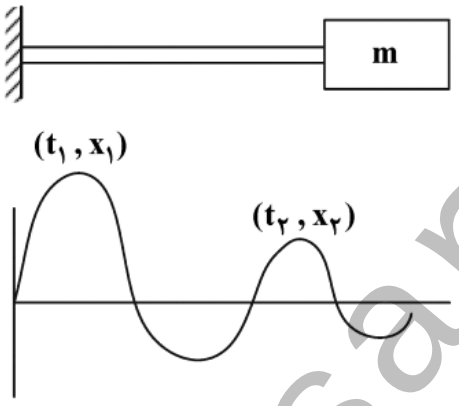
$\Rightarrow \frac{1}{3}ml^2\ddot{\theta} = -2kl^2\theta$

$\Rightarrow m\ddot{\theta} + 6k\theta = 0$

$\Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{6k}{m}}$ ✓

به دلیل اینکه در صورت سؤال ذکر نشده حرکت در صفحه افقی است، نیروی وزن تأثیری ندارد. ضمناً در این صورت سیستم نیمه‌معین بوده و فنر برای مود (۱) سخت می‌باشد.

۹۳- فرکانس طبیعی تیر زیر درصورتی‌که در لحظه $t_1 = 1s$ دامنهٔ نوسان برابر با $x_1 = e\,m$ و در لحظه $t_2 = 4\,s$ دامنه برابر $x_2 = 1\,m$ باشد، چند رادیان بر ثانیه است؟ (تیر را بدون جرم درنظر بگیرید.) (e عدد نپر است.)



۱) $\frac{2\pi}{3}$

۲) $\frac{4\pi}{3}$

۳) $\frac{\sqrt{4\pi^2+1}}{3}$ ✓

۴) $\frac{\sqrt{4\pi^2+2}}{3}$

بهتر بود در صورت سؤال ذکر می‌شد که دقیقاً منظور فرکانس طبیعی میرا یا نامیرا است.

$\omega_n \rightarrow \omega_d$

$\frac{x_1}{x_2} = e^{\delta} \Rightarrow \frac{e}{1} = e^{\delta} \rightarrow \delta = 1$

$\Rightarrow \delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 1 \Rightarrow 4\pi^2\zeta^2 = 1-\zeta^2 \rightarrow \zeta^2 = \frac{1}{1+4\pi^2}$

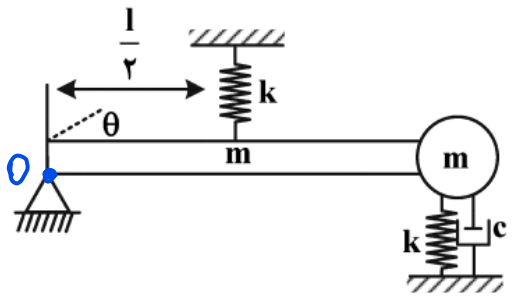
از طرفی: $T = 3\,s \rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3}$ (اگر منظور سؤال ω_d بود، گزینه ۱ می‌شد)

$\rightarrow \omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{2\pi/3}{\sqrt{1-\frac{1}{1+4\pi^2}}} = \frac{2\pi/3}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{1+4\pi^2}}} = \frac{\frac{2\pi}{3}\sqrt{1+4\pi^2}}{2\pi}$

$= \frac{\sqrt{4\pi^2+1}}{3}$ ✓

ostadsarlak.ir

۹۴- جرم متمرکز **m** مطابق شکل به یک میله باریک یکنواخت به جرم **m** و به طول **l** متصل‌شده‌است که در یک صفحه افقی در حال نوسان است. اگر سختی فنرها **k**، و ضریب میرایی میراگر **c** باشد، میرایی بحرانی (C_c) کدام است؟



۱) $۲\sqrt{\frac{۱۰}{۳}\text{km}}$

۲) $\sqrt{\frac{۲۰}{۳}\text{km}}$ ✓

۳) $۲\sqrt{\frac{۱}{۳}\text{km}}$

۴) $\sqrt{\text{km}}$

$$I_o = \frac{1}{3}ml^2 + ml^2 = \frac{4}{3}ml^2$$

$$\sum M_o = I_o\ddot{\theta} \Rightarrow \frac{4}{3}ml^2\ddot{\theta} = -cl^2\dot{\theta} - k\left(\frac{l}{2}\right)^2\theta - kl^2\theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}m\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + \frac{5}{4}k\theta = 0$$

$$\Rightarrow C_{cr} = 2\sqrt{k_{eq}m_{eq}} = 2\sqrt{\frac{4}{3}m\cdot\frac{5}{4}k} = 2\sqrt{\frac{5}{3}\text{km}} = \sqrt{\frac{20}{3}\text{km}}$$ ✓

۹۵- یک سیستم یک درجه آزادی نامیرا با جرم ۱kg و سفتی $۱۰\frac{\text{kN}}{\text{m}}$ که در ابتدا ساکن است، تحت ضربهٔ $۰/۵\ \text{Ns}$ قرار می‌گیرد. دامنه ارتعاشات آزاد حاصل چند میلی‌متر است؟

۱) ۱۰

۲) ۵ ✓

۳) ۱

۴) ۰/۵

طبق روابط تحریک اصابتی ضربه برای سیستم یک درجه آزادی نامیرا، دامنه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

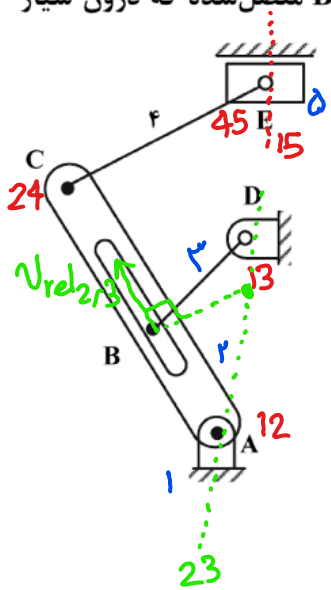
$$X_o = \frac{\hat{F}}{m\omega_n} = \frac{\hat{F}}{m\sqrt{k/m}} = \frac{\hat{F}}{\sqrt{km}}$$

$$= \frac{0.5}{\sqrt{10\times10^3\times1}} = \frac{0.5}{100} = 5\times10^{-3}\ m = 5\ mm$$ ✓

ostadsarlak.ir

سوالات دینامیک ماشین

۹۶- در مکانیزم نشان‌داده‌شده در شکل، به انتهای میله BD یک پین کوچک در نقطه B متصل‌شده که درون شیار درون لینک AC حرکت می‌کند. مرکز آنی دوران بین لینک‌های AC و BD کجاست؟

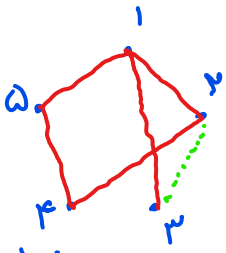


۱) در نقطه B

۲) راستای عمود بر AC در بی‌نهایت

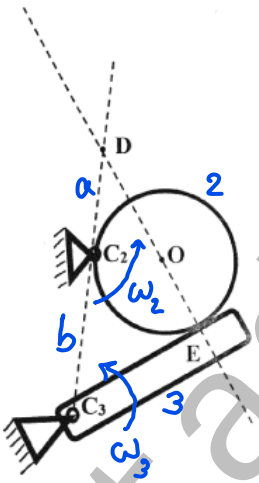
✓ ۳) تلاقی خط AD و خط عمود بر AC که از B می‌گذرد.

۴) مکانیزم دارای ۲ درجه آزادی است و نمی‌توان مرکز آنی دوران را تعیین کرد.



طبق نماره‌گذاری، خواسته سوال I_{23} است.
با توجه به دایره رسم شده برای مراکز آنی دوران وضعیه کندی، I_{23} باید روی خط گذرنده از A و D باشد.
از طرف دیگر با توجه به سرعت نسبی ۲ و ۳، باید در راستای عمود بر AC در نقطه B باشد. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۹۷- در مکانیزم تماسی شکل زیر، نسبت سرعت زاویه‌ای دو عضو از مکانیزم $\frac{\omega_3}{\omega_2}$ کدام است؟



$C_2D = a$
$C_3C_2 = b$
$C_3E = d$

R = شعاع دایره
O = مرکز دایره
C_2, C_3 = مفصل متصل به زمین (عضو ۱)
ω_2 = سرعت زاویه دیسک (عضو ۲)
ω_3 = سرعت زاویه میله (عضو ۳)

۱) $\frac{a}{b}$

۲) $\frac{R}{d}$

۳) $\frac{c}{c+R}$

✓ ۴) $\frac{a}{a+b}$

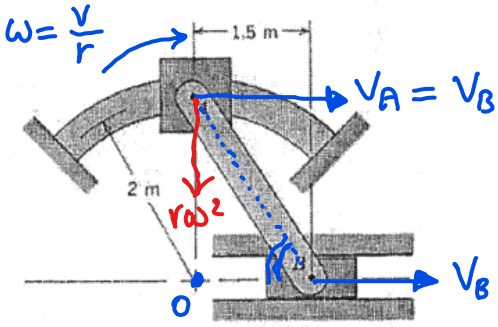
با توجه به مکانیزم داده شده، نقطه D مرکز آنی دوران 2 و 3 است.
بنابراین باید سرعت این نقطه روی این دو عضو برابر باشد. در نتیجه:

$$(a+b)\omega_3 = a\omega_2 \Rightarrow \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{a}{a+b}$$ ✓

ostadsarlak.ir

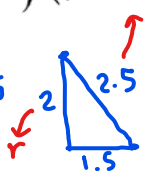
۹۸- لغزنده B با سرعت ثابت ۱۰ متر بر ثانیه به طرف راست حرکت می‌کند. سرعت و شتاب زاویه‌ای میله AB کدام است؟

۱) (-10) متر بر ثانیه ـ $(-33/3)$ رادیان بر مربع ثانیه
۲) (0) متر بر ثانیه ـ (50) رادیان بر مربع ثانیه
۳) (10) متر بر ثانیه ـ $(33/3)$ رادیان بر مربع ثانیه
۴) (10) متر بر ثانیه ـ (50) رادیان بر مربع ثانیه

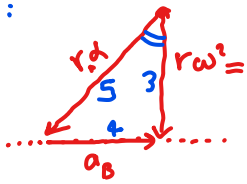


$\omega = \frac{V}{r}$, $V_A = V_B = 10\ m/s$

$AB = \sqrt{2^2 + 1.5^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4^2+3^2} = \frac{5}{2} = 2.5$



شتاب A:



$r\omega^2 = \frac{v^2}{r} = \frac{100}{2} = 50$

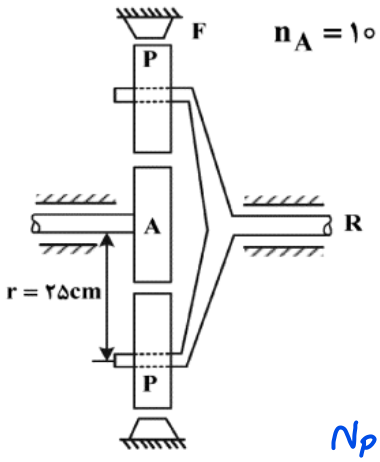
به خاطر جهت سرعت نقاط B, A، سرعت این نقاط باید برابر باشد.

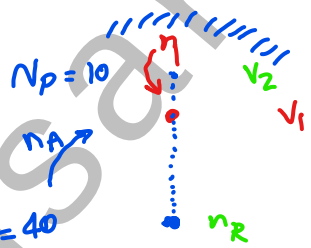
$\Rightarrow r\alpha = \frac{5}{3}\frac{v^2}{r} = \frac{250}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{250}{3} \times \frac{1}{2.5} = \frac{100}{3} = 33.3$

۹۹- مقدار (برحسب نیوتن‌متر) و جهت گشتاور خروجی در سری چرخ‌دنده مطابق شکل زیر کدام است؟

تعداد دندانه‌ها = N $\quad N_A = 40$, $N_p = 10$, $T_A = 10^{N.m}$, $n_A = 1000^{rpm}$

۱) ۳۰ در جهت گشتاور ورودی
۲) ۲۵ در جهت گشتاور ورودی
۳) ۲۰ در جهت خلاف گشتاور ورودی
۴) ۱۵ در جهت خلاف گشتاور ورودی





$V_1 = 40 n_A = 20 n_p$

$\Rightarrow n_p = 2 n_A = 2000\ rpm$

$V_2 = 10 n_p = 50 n_R$

$\Rightarrow n_R = \frac{10}{50} n_p = \frac{20}{50} n_A$

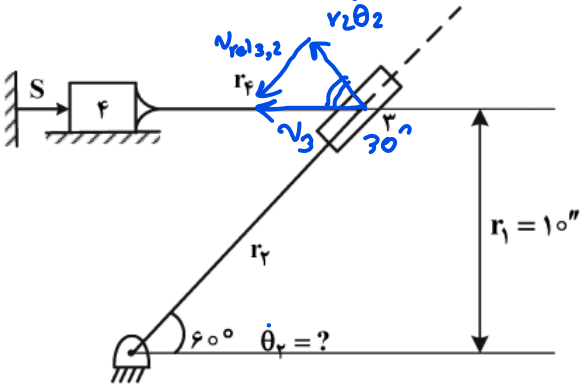
$\Rightarrow T_R = \frac{50}{20} T_A = \frac{50}{20} \times 10 = 25\ Nm$

با توجه به شکل مشخص است که جهت چرخش گشتاور A, P یکسان است.

ostadsarlak.ir

۱۰۰- برای این موقعیت از اهرم‌بندی چهار میله‌ای داریم: $\dot{S} = -10 \frac{in}{s}$ و $\ddot{S} = 0$. سرعت زاویه $\dot{\theta}_2$ چند رادیان بر ثانیه است؟

۱) ۰/۵
۲) ۰/۷۵ ✓
۳) ۸/۶۶
۴) ۱۱/۵۴۷



$\vec{V}_3 = \vec{r_2\dot{\theta}_2} + \vec{V}_{rel3,2}$

$\Rightarrow r_2\dot{\theta}_2 = \dot{s}.\cos 30^\circ$

$= 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

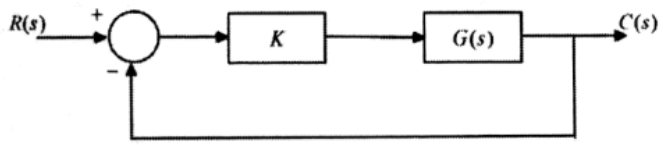
از طرفی: $r_2 = \frac{r_1}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3}/2} = \frac{20}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \dot{\theta}_2 = \frac{5\sqrt{3}}{r_2} = \frac{5\sqrt{3}}{20/\sqrt{3}} = \frac{3}{4} = 0.75$ ✓

ostadsarlak.ir

سوالات کنترل

۱۰۱- با توجه به سیستم شکل زیر، اگر G(s) دارای دو قطب در نیمه سمت چپ صفحه و یک صفر در نیمه سمت راست صفحه باشد، کدام عبارت درست است؟



۱) سیستم مداربسته به ازای Kهای بزرگ پایدار و به ازای Kهای کوچک ناپایدار است.

۲) سیستم مداربسته به ازای Kهای کوچک پایدار و به ازای Kهای بزرگ ناپایدار است.

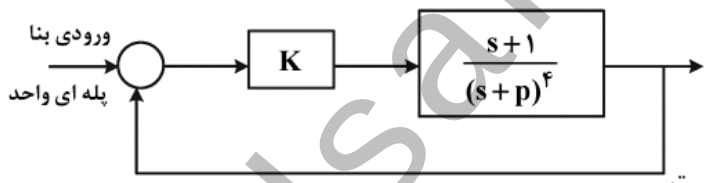
۳) چون سیستم مدار باز یک صفر در نیمه راست صفحه دارد، سیستم مداربسته همواره ناپایدار است.

۴) چون پایداری تنها به قطب بستگی دارد و قطب‌های مدار باز در نیمه چپ صفحه هستند، سیستم مداربسته همواره پایدار است.

مکان هندسی به ازای K کوچک از قطب‌های مدار باز شروع شده و با افزایش K به سمت صفرهای مدار باز یا مجانب‌ها حرکت می‌کند. بنابراین طبق توضیحات سؤال، گزینه ۲ صحیح است.

لازم به ذکر است، مکان هندسی نشان دهنده وضعیت قطب‌های سیستم مداربسته است و پایداری سیستم نیز وابسته به موقعیت قطب‌های مداربسته می‌باشد. بنابراین وضعیت صفر و قطب‌ها مدار باز شرط لازم و کافی برای پایداری نیست.

۱۰۲- در سیستم زیر سیستم اصلی یک صفر و چهار قطب دارد که قطب‌ها همه حقیقی، منفی و مساوی هستند. بهره کنترل‌کننده تناسبی با K که مقدارش همیشه مثبت است نمایش‌داده‌شده‌است. کدام‌یک از پاسخ‌های زیر در مورد این سیستم درست است؟



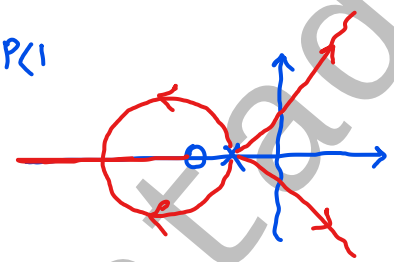
۱) با هر مقدار K رفتار سیستم مداربسته نوسانی است.

۲) با هر مقدار بهره K رفتار سیستم مداربسته پایدار است.

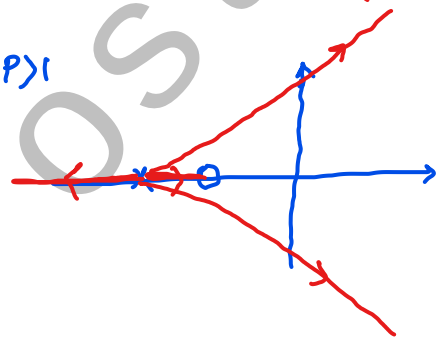
۳) با انتخاب مناسب K می‌توان خطای حالت ماندگار را صفر کرد.

۴) با انتخاب مناسب K می‌توان رفتاری غیرنوسانی از خروجی دریافت کرد.

P<1



P>1



با توجه به اینکه P بزرگتر یا کوچک‌تر از یک باشد، یکی از دو حالت متقابل برای مکان هندسی برقرار است.

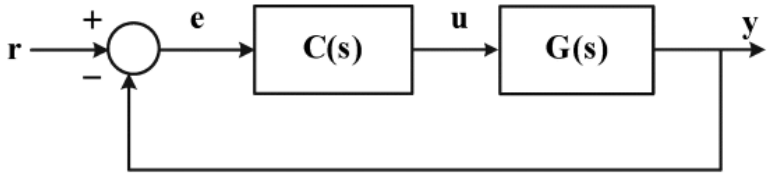
خطای حالت ماندگار به خاطر نوع صفر سیستم، همواره غیرصفر است.

با افزایش K مکان هندسی به RHS رفته و سیستم ناپایدار می‌شود.

در هر دو حالت قطب‌ها غالب نزدیک محور موهومی می‌باشند و رفتار سیستم نوسانی است. پس گزینه ۱ صحیح است.

OstadSarlak.ir

۱۰۳- در شکل زیر، تابع تبدیل سیستم مدار باز $G(s)=\frac{s+1}{s^2-2s+2}$ و تابع تبدیل کنترل‌کننده $C(s)=4+\frac{8}{s}$ است. خطای ماندگار سیستم مداربسته برای ورودی شیب واحد $(r(t)=t\,;\,t\geq 0)$ کدام است؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{4}$ ✓

تابع تبدیل مدار باز: $C(s)G(s)=\frac{(4s+8)(s+1)}{s(s^2-2s+2)}=T(s)$

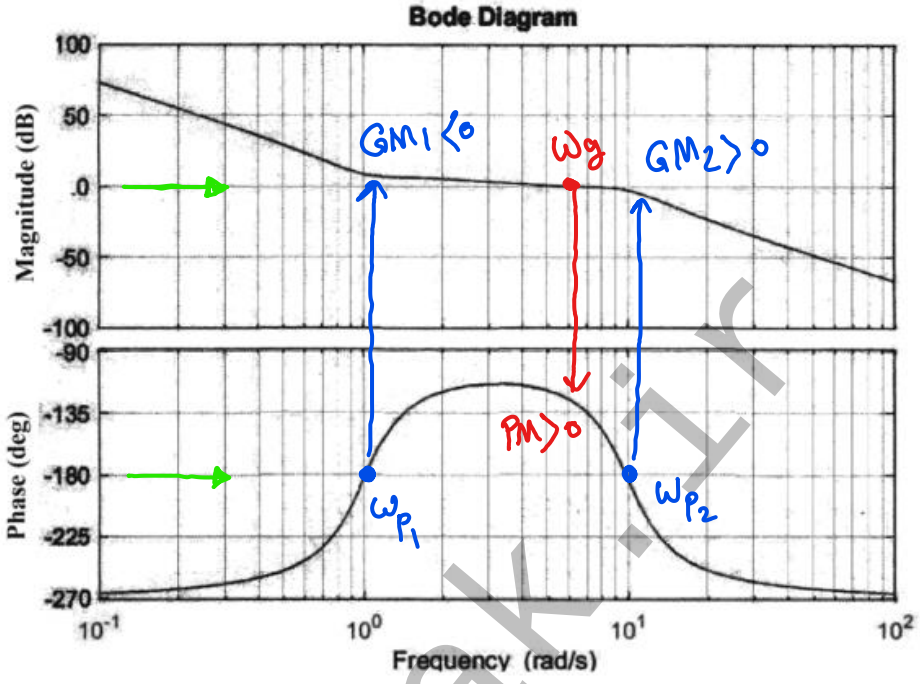
K_v ثابت خطای سرعت استاتیکی ⟸ ورودی شیب واحد

$$K_v=\lim_{s\to 0} sT(s)=\lim_{s\to 0}\frac{(4s+8)(s+1)}{s^2-2s+2}=\frac{8\times 1}{2}=4$$

$$\Rightarrow e_{ss}=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{4}$$ ✓

ostadsarlak.ir

۱۰۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم دینامیکی در دیاگرام بد زیر رسم‌شده‌است. فرکانس گذربهره ω_g و فرکانس گذر فاز ω_p برحسب $\frac{rad}{s}$، کرانه (حد) فاز $\gamma = PM$ برحسب درجه و کرانه (حد) بهره $\bar{K}_g = GM$ برحسب dB برای این سیستم به‌صورت تقریبی کدام‌اند؟



۱) $\begin{cases}\omega_g = ۶ \\ PM = ۵۵^\circ\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_p = ۱ \\ GM = ۸/۴\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\omega_g = ۶ \\ PM = ۵۵^\circ\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_p = ۱۰ \\ GM = -۲/۳\end{cases}$

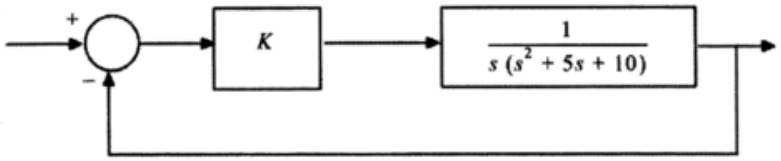
۳) $\begin{cases}\omega_g = ۶ \\ PM = ۵۵^\circ\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_{p۱} = ۱ \\ GM_۱ = -۸/۴\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_{p۲} = ۱۰ \\ GM_۲ = ۲/۳\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\omega_p = ۶ \\ PM = ۱۲۵^\circ\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_{g۱} = ۱ \\ GM_۱ = -۸/۴\end{cases}$, $\begin{cases}\omega_{g۲} = ۱۰ \\ GM_۲ = ۲/۳\end{cases}$

با توجه به دیاگرام بود داده شده، گزینه ۳ صحیح است.

ostadsarlak.ir

۱۰۵- در سیستم شکل زیر، K را طوری تعیین کنید که کلیه قطب‌های حلقه بسته سیستم در سمت چپ خط $s = -1$ قرار گیرند؟



۱) $0 < K < 50$
۲) $6 < K < 12$ ✓
۳) $1 < K < 27$
۴) $-1 < K < 103$

برای محاسبه پایداری نسبی، ابتدا باید تغییر متغیر مناسب اعمال شود:

$s \longrightarrow s-1$

در این صورت، چند جمله‌ای مشخصه برابر است با:

$$(s-1)^3 + 5(s-1)^2 + 10(s-1) + K = 0$$

$$\Rightarrow s^3 - 3s^2 + 3s - 1 + 5s^2 - 10s + 5 + 10s - 10 + K = 0$$

$$\rightsquigarrow s^3 + 2s^2 + 3s + K - 6 = 0$$

با استفاده از جدول راث می‌توان پایداری سیستم را بررسی کرد:

s^3	1	3
s^2	2	$K-6$
s^1	$\frac{6-(K-6)}{2}$	0
s^0	$K-6$	

$\frac{12-K}{2} > 0 \Rightarrow K < 12$

$K - 6 > 0 \Rightarrow K > 6$

$\Rightarrow 6 < K < 12$ ✓

ostadsarlak.ir