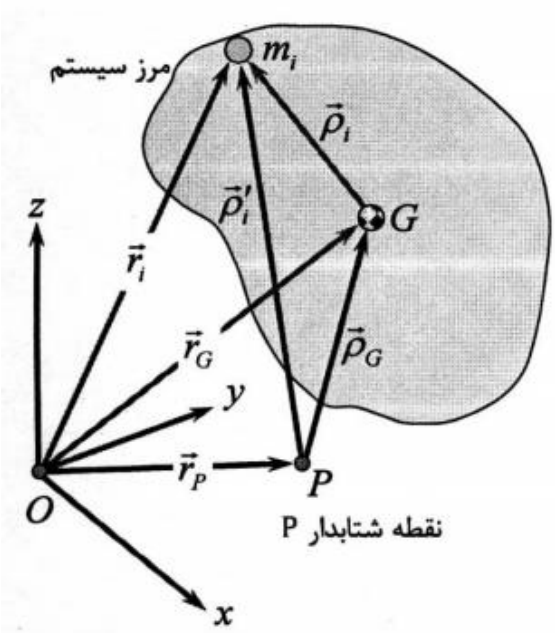
۸۶- با توجه به شکل زیر، کدام رابطه نادرست است؟



۱) $\vec{M}_p = (\dot{\vec{H}}_p)_{rel} + \vec{\rho}_G \times m\ddot{\vec{r}}_G$

۲) $\vec{H}_p + \vec{H}_G + \rho_G \times m\dot{\vec{r}}_G$

۳) $(\vec{H}_p)_{rel} = \vec{\rho}_G \times m\dot{\vec{\rho}}_G + \vec{H}_G$

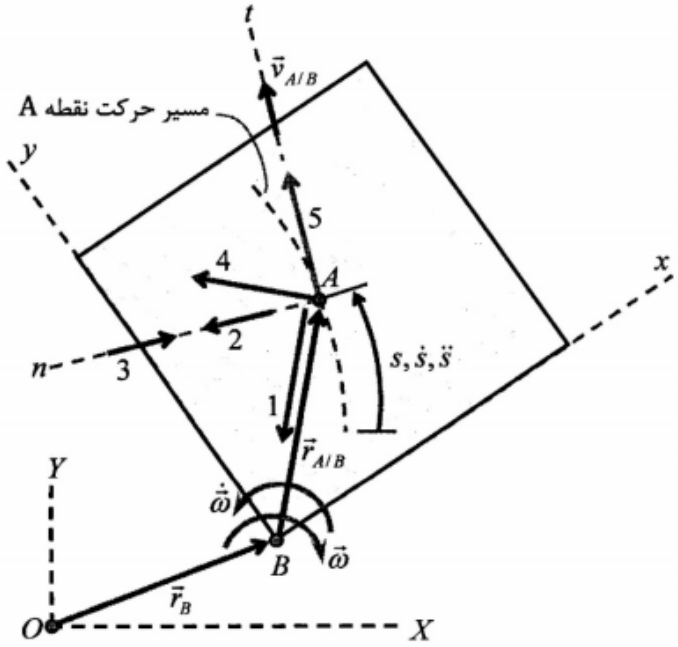
۴) $\sum_i \vec{\rho}_i \times m_i\dot{\vec{\rho}}_i = \sum_i \vec{\rho}_i \times m_i\dot{\vec{r}}_i$

۸۶- گزینه ۴

در گزینه دو این سوال اشتباه تایپی وجود داشته و به نظر عبارت $H_p = H_G + \rho_G . m\dot{r}_G$ درست می‌باشد. با این فرض تنها گزینه اشتباه گزینه ۴ خواهد بود. زیرا در سمت راست تساوی گزینه ۴، مشتق از موقعیت نسبت به نقطه اینرسی گرفته شده و در سمت چپ مشتق از موقعیت نسبت به نقطه شتاب‌دار و طبیعتا این دو مورد مساوی نمی‌باشند.

ostadsarlak.ir

۸۷- شکل زیر، مسیر حرکت ذره A را درون صفحه‌ای نشان می‌دهد که خود صفحه دارای سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ و شتاب زاویه‌ای $\dot{\vec{\omega}}$ است. بردارهای ۱ تا ۵، هریک بیانگر یکی از مؤلفه‌های شتاب این ذره مادی هستند. کدام گزینه تمامی بردارها را به‌درستی نام‌گذاری کرده است؟



۱) $۱ \rightarrow (a_{A/B})_n \; ; \; ۴ \rightarrow (a_{A/B})_t \; ; \; ۵ \rightarrow \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B}$

۲) $۳ \rightarrow ۲\omega \times \vec{v}_{A/B} \; ; \; ۴ \rightarrow \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B} \; ; \; ۵ \rightarrow (a_{A/B})_t$

۳) $۲ \rightarrow \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}) \; ; \; ۳ \rightarrow ۲\omega \times \vec{v}_{A/B} \; ; \; ۵ \rightarrow (a_{A/B})_t$

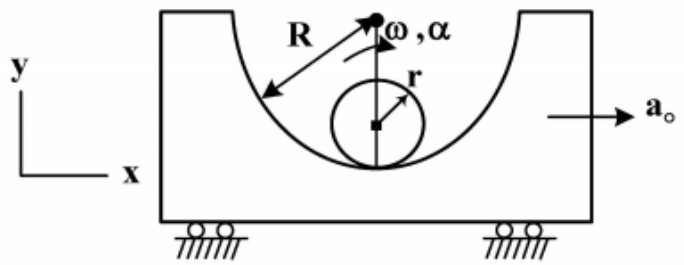
۴) $۱ \rightarrow \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B}) \; ; \; ۲ \rightarrow ۲\omega \times \vec{v}_{A/B} \; ; \; ۴ \rightarrow \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B}$

۸۷- گزینه ۲

با توجه به تعریف نیروها می‌توان دید گزینه درست گزینه ۲ می‌باشد. اما بدون دانش دینامیک و با استفاده از خواص ضرب خارجی و قانون دست راست نیز می‌توان به جواب درست رسید. در گزینه اول علاوه بر اشتباه بودن راستای شتاب عمود و مماس بر مسیر، راستای حاصل از ضرب خارجی در راستای بردار ۵ نبوده و بیانگر اشتباه بودن این گزینه است. در گزینه سوم راستای حاصل از ضرب خارجی $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B})$ در راستای بردار شماره یک بوده و در نتیجه این گزینه نیز اشتباه است. در گزینه چهارم نیز راستای $\vec{\omega} \times \vec{v}_{A/B}$ در جهت خط شماره سه خواهد بود و بنابراین این گزینه نیز اشتباه است.

ostadsarlak.ir

۸۸- استوانه‌ای به شعاع r داخل نیم‌استوانه‌ای به شعاع R، بدون لغزش می‌غلتد. در لحظهٔ نشان‌داده‌شده سرعت زاویه‌ای استوانه ω و شتاب زاویه‌ای آن α است. شتاب ارابه به‌سمت راست a_0 است. شتاب مرکز استوانه در این لحظه کدام است؟



۱) $(a_0 - r\alpha)\vec{i} - \frac{r^2}{R-r}\omega^2\vec{j}$

۲) $(a_0 + r\alpha)\vec{i} + (R-r)\omega^2\vec{j}$

۳) $(a_0 + r\alpha)\vec{i} + \frac{r^2}{R-r}\omega^2\vec{j}$

۴) $(a_0 - r\alpha)\vec{i} + (R-r)\omega^2\vec{j}$

۸۸- گزینه ۳

در این سوال شتاب ارابه داده شده و برای پیدا کردن شتاب مرکز استوانه، می‌توان شتاب آن را با فرض ثابت بودن ارابه و به کمک روابط صفحه ۵۵ جزوه دینامیک ماشین بدست آورده و با شتاب ارابه جمع زد. شتاب در راستای افقی با فرض ثابت بودن استوانه برابر با $r\alpha$ بوده و سرعت افقی آن برابر با $r\omega$ می‌باشد. شتاب عمودی را می‌توان با تقسیم توان دوم سرعت بر شعاع مسیر حرکت بدست آورد که در این حالت شعاع مسیر حرکت برای مرکز استوانه برابر با R-r خواهد بود. بنابراین گزینه ۳ درست است.

ostadsarlak.ir

۸۹- نیروی $\vec{F} = At\vec{i} + Bt\vec{j}$ بر نقطه مادی به جرم m وارد می‌شود، که در آن A و B ثابت و t زمان است. در لحظه $t = 0$ سرعت جرم برابر صفر است. کار انجام‌شده توسط نیرو در لحظه $t = T$ ثانیه، چند برابر $\frac{T^4}{m}(A^2 + B^2)$ است؟

۱) $\frac{1}{8}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) ۱

۸۹- گزینه ۱

برای پیدا کردن میزان کار انجام شده می‌توان تغییرات انرژی جنبشی مجموعه را بدست آورد. جرم ابتدا در سکون بوده و انرژی جنبشی آن صفر است. برای پیدا کردن انرژی جنبشی در لحظه T می‌توان از رابطه بین نیرو و شتاب و رابطه بین شتاب و سرعت استفاده کرد:

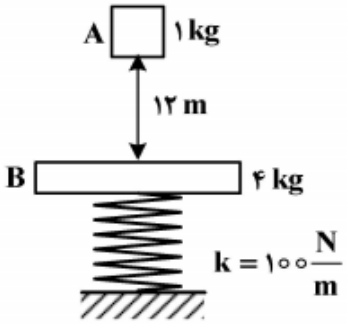
$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{At}{m}\vec{i} + \frac{Bt}{m}\vec{j}$$

$$\vec{v} = \int_0^T \vec{a}dt = \frac{1}{2}.\frac{AT^2}{m}\vec{i} + \frac{1}{2}.\frac{BT^2}{m}\vec{j}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{T^4}{8m}(A^2 + B^2)$$

ostadsarlak.ir

۹۰- جرم ۱ کیلوگرمی از ارتفاع ۱۲ متری روی یک صفحه می‌افتد به‌طوری‌که در برخورد به‌هم می‌چسبند. صفحه ۴ kg قبل برخورد در حالت تعادل روی فنری با سختی $k = ۱۰۰ \frac{N}{m}$ قرار دارد. حداکثر فشردگی فنر نسبت به طول آزاد آن بعد برخورد چند متر خواهد بود؟ (شتاب گرانش را $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$ فرض کنید.)



۱) ۰/۶
۲) ۰/۸
۳) ۱/۲
۴) ۱/۶

۹۰- گزینه ۲

این سوال مشابه مثال حل شده در صفحه ۵۲ جزوه دینامیک می‌باشد. برای حل سوال ابتدا با استفاده از بقای انرژی، سرعت جسم قبل از برخورد با فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲}mv_A^۲ = m_A gh \rightarrow v_A = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲۴۰}$$

در گام بعد با استفاده از بقای تکانه سرعت مجموع دو جسم پس از برخورد را بدست می‌آوریم:

$$m_A v_A = (m_A + m_B).v \rightarrow v = \frac{m_A}{m_A + m_B}.v_A = \frac{۱}{۵}v_A$$

در مرحله آخر مجدد با کمک رابطه بقای انرژی میزان جمع شدن فنر محاسبه می‌شود. در این مرحله باید توجه نمود که فنر بدلیل وجود جرم B از ابتدا مقداری جمع شده و باید این مقدار را نیز در محاسبات اعمال نمود:

$$k\delta_i = m_B g \rightarrow \delta_i = \frac{m_B g}{k} = ۰.۴$$

$$\frac{۱}{۲}k\delta_i^۲ + \frac{۱}{۲}(m_A + m_B)v^۲ = \frac{۱}{۲}k\delta_{\max}^۲$$

$$\frac{۱}{۲}(۱۰۰)\left(\frac{۱۶}{۱۰۰}\right) + \frac{۱}{۲}(۵)\left(\frac{۲۴۰}{۲۵}\right) = \frac{۱}{۲}(۱۰۰)\delta_{\max}^۲ \rightarrow \delta_{max} = ۰.۸$$

ostadsarlak.ir