به نام او

کنکور مکانیک

گروه آموزشی استاد سرلک

OstadSarlak.ir

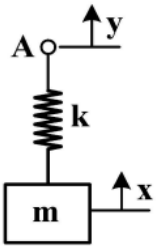
حل تشریحی کنکور کارشناسی ارشد ۱۴۰۳

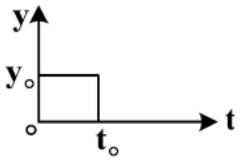
رشته مهندسی مکانیک

سوالات درس ارتعاشات

تنظیم: استاد خالصی

۹۶- سیستم جرم و فنر در حال تعادل است. اگر نقطه A را به ناگهان به اندازهٔ $y_\circ$ کشیده و سپس در زمان $t_\circ$ به ناگهان به‌جای قبل برگردانیم، پاسخ $x(t)$ برای $t > t_\circ$، کدام است؟



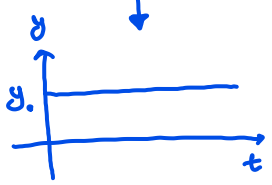


۱) $y_\circ(1-\cos\omega_n t_\circ)\cos\omega_n t + y_\circ \sin\omega_n t_\circ \sin\omega_n t$

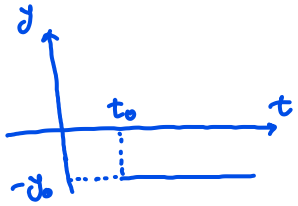
۲) $y_\circ \cos\omega_n(t-t_\circ) - y_\circ \cos\omega_n t$ ✓

۳) $y_\circ \cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$

۴) صفر



+

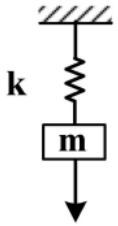


ترکیب پاسخ سیستم در مقابل دو ورودی پله

$y_1(t) = y_\circ(1-\cos\omega_n t)$ $\quad y_2(t) = y_\circ(1-\cos\omega_n(t-t_\circ))$

$\Rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t) = y_\circ \cos\omega_n(t-t_\circ) - y_\circ \cos\omega_n t$

۹۷- در سیستم جرم ـ فنر یک درجه آزادی خطی زیر هنگامی‌که فرکانس نیروی تحریک به فرکانس طبیعی نزدیک می‌شود، دوره تناوب ضربان در پاسخ سیستم کدام است؟



$F(t) = F_\circ \cos\omega t$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$: فرکانس طبیعی ω_n

ω : فرکانس تحریک

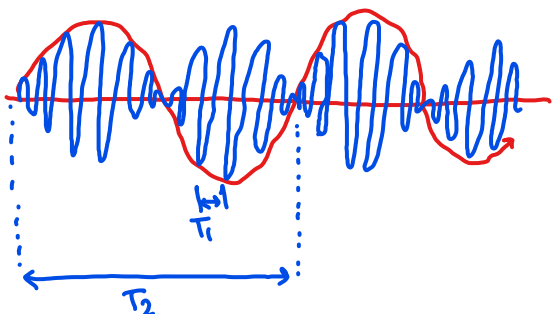
۱) $\frac{2\pi}{|\omega_n - \omega|}$ ✓

۲) $\frac{\pi}{|\omega_n - \omega|}$

۳) $\frac{2\pi}{\omega_n + \omega}$

۴) $\frac{2\pi}{\omega}$

پاسخ سیستم در حالت کلی ترکیب دو سینوسی با فرکانس بالا و پایین خواهد بود.

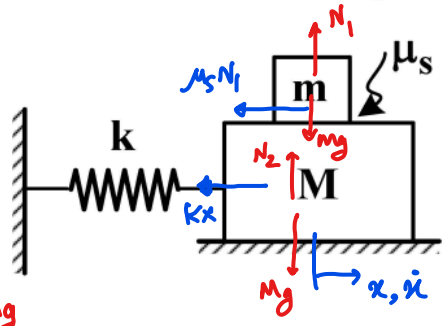


پدیده ضربان

$\begin{cases} \omega_1 = \omega_n + \omega \\ \omega_2 = |\omega_n - \omega| \end{cases}$ $\quad T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\quad \begin{cases} T_1 = \frac{2\pi}{\omega_n + \omega} \\ T_2 = \frac{2\pi}{|\omega_n - \omega|} \end{cases}$

فرکانس ضربان ✓

۹۸- جرم سیستم زیر به اندازهٔ x_0 از وضعیت تعادل جابه‌جا شده و از حالت سکون رها می‌شود. با صرف‌نظر از اصطکاک با زمین، حداقل ضریب اصطکاک μ_s بین جرم‌ها چند برابر $\frac{\omega_n^2 x_0}{g}$ باشد، تا در حین نوسان جرم M، جرم m روی آن نلغزد؟



$\begin{cases} N_1 = mg \\ N_2 = (M+m)g \end{cases}$

برای اینکه جرم m بر روی جرم M نلغزد، باید نیروی مودنیاز برای ایجاد شتاب و حرکت در آن، از مقدار $\mu_s N_1$ کمتر باشد.

$\Rightarrow \mu_s N_1 = \mu_s mg > ma$

حداکثر ممکن: $\mu_s mg = ma_{max}$

معادله حرکت کلی: $(M+m)\ddot{x} + kx = 0$

شرایط اولیه: $x(0) = x_0 \; , \; \dot{x}(0) = 0$

$\Rightarrow x(t) = x_0 \cos \omega_n t \quad \rightsquigarrow \ddot{x}(t) = -\omega_n^2 x_0 \cos \omega_n t = a(t)$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$

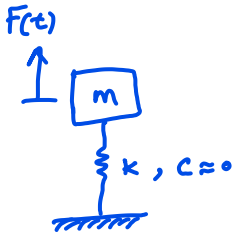
$\Rightarrow a_{max} = \omega_n^2 x_0$

$\Rightarrow \mu_{s_{min}} = \frac{m\omega_n^2 x_0}{mg} = \frac{\omega_n^2 x_0}{g}$ ✓

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
۳) ۱ ✓
۴) $\frac{2}{3}$

۹۹- یک موتور الکتریکی با سرعت ۱۲۰۰ rpm روی پایه لاستیکی با میرایی ناچیز قرار دارد. روتور نابالانسی استاتیکی داشته و نیروی منتقل‌شده به پایه $\frac{1}{4}$ نیروی گریز از مرکز است، فرکانس تحریک چند برابر فرکانس طبیعی سیستم و فرکانس طبیعی چند رادیان بر ثانیه است؟

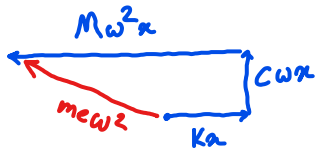
۱) ۵ و 8π
۲) ۸ و 5π
۳) $\sqrt{5}$ و $8\pi\sqrt{5}$ ✓
۴) $\sqrt{8}$ و $5\pi\sqrt{8}$



$\omega = 1200 \text{ rpm} = 40\pi \frac{rad}{s} \; , \; r = \frac{\omega}{\omega_n}$

معادله کلی: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = me\omega^2 \sin \omega t$

نمایش به صورت فازوری:



$c=0$

طبق صورت سؤال: $kx = \frac{1}{4} me\omega^2 \rightsquigarrow M\omega^2 x = \frac{5}{4} me\omega^2$

$\Rightarrow \frac{Mx}{me} = \frac{5}{4}$

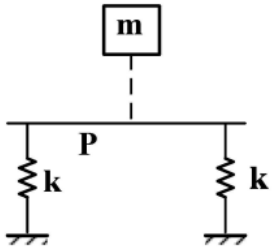
پاسخ سیستم نامیرای چون $c=0$

$\rightsquigarrow \frac{Mx}{me} = \frac{r^2}{|1-r^2|} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{r^2}{|1-r^2|}$

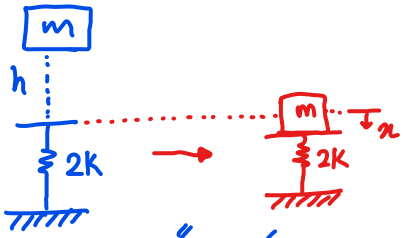
$\Rightarrow \begin{cases} 5-5r^2 = 4r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{5}{9} \\ 5r^2 - 5 = 4r^2 \Rightarrow r^2 = 5 \Rightarrow r = \sqrt{5} \end{cases}$ ✓

$\Rightarrow \omega_n = \frac{\omega}{r} = \frac{40\pi}{\sqrt{5}} = 8\pi\sqrt{5}$ ✓

۱۰۰- وزنه‌ای به جرم ۱۰ کیلوگرم از ارتفاع ۳ متری بر وسط صفحه صلب بدون وزن P رها می‌شود. صفحه طبق شکل روی دو فنر هر یک با ضریب سختی $۲۵\frac{N}{m}$ قرار دارد. حداکثر نیروی انتقال‌یافته به تکیه‌گاه، چند نیوتن است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



≡



۱) ۱۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۲۰۰
۴) ۳۰۰ ✓

حداکثر نیرو در زمان حداکثر فشردگی اتفاق میفتد

$F_{max} = 2kx$

محاسبه حداکثر فشردگی با روش انرژی :

$$mg(h+x) = \frac{1}{2}(2k)x^2$$

$$\Rightarrow 10\times 10(3+x) = \frac{1}{2}\times 2\times 25x^2 \Rightarrow x^2 - 4(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 & \text{حداکثر فشردگی} \\ x = -2 & \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حداکثر نیروی منتقل شده} : F_{max} = 2\times 25\times 6 = 300\ N \checkmark$$