به نام او

کنکور مکانیک

گروه آموزشی استاد سرلک

OstadSarlak.ir

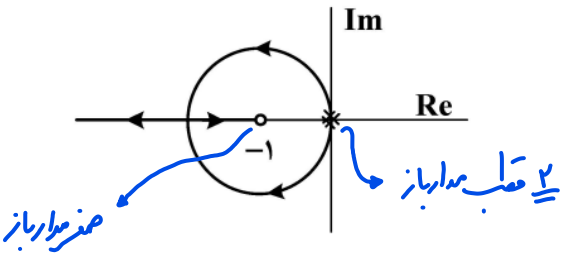
حل تشریحی کنکور کارشناسی ارشد ۱۴۰۳

رشته مهندسی مکانیک

سوالات درس کنترل

تنظیم: استاد خالصی

۱۰۱- مکان هندسی ریشه‌های یک سیستم مداربسته با کنترل‌کننده تناسبی با ضریب بهرهٔ k به‌صورت زیر است.
معادله مشخصه سیستم کدام است؟



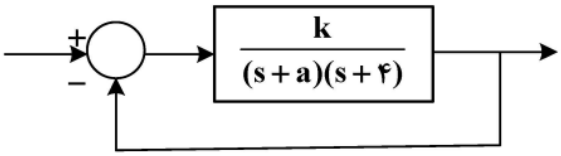
۱) $s^۲ + k s + ۱ = ۰$
۲) $s^۲ + k s + k = ۰$ ✓
۳) $s^۲ + ۲ k s + k = ۰$
۴) $s^۲ + ۰/۵ k s + ۲ = ۰$

۲ قطب حلقه باز
صفر حلقه باز

$\Rightarrow$ تابع تبدیل حلقه باز : $\frac{K(s+1)}{s^2}$

$\rightsquigarrow$ چند جمله ای مشخصه : $1 + \frac{K(s+1)}{s^2} = 0 \Rightarrow s^2 + ks + k = 0$ ✓

۱۰۲- مقادیر a و k برای این‌که خطای ماندگار سیستم مداربسته زیر تحت ورودی پله واحد برابر صفر و حاشیه فاز برابر ۴۵ درجه باشد، به‌ترتیب کدامند؟



۱) صفر و $۱۶\sqrt{۲}$ ✓
۲) صفر و $۸\sqrt{۲}$
۳) ۱ و $۸\sqrt{۲}$
۴) ۱ و $۱۶\sqrt{۲}$

خطای ماندگار صفر در برابر ورودی پله $\Rightarrow$ سیستم نوع ۱ $\Rightarrow$ عامل $\frac{1}{s}$ $\Rightarrow$ $a = ۰$

$\rightsquigarrow$ تابع تبدیل حلقه باز : $\frac{K}{s(s+4)}$

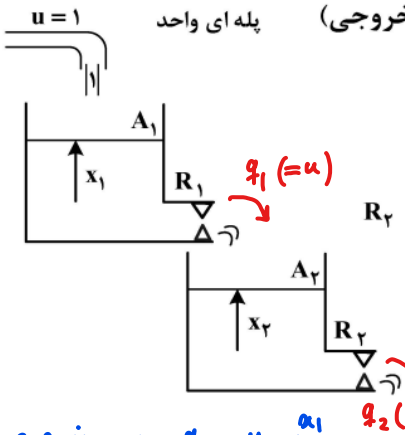
محاسبه فاز تابع تبدیل : $\angle G = ۰ - \angle s - \angle(s+4) = ۰ - ۹۰^\circ - \angle(s+4)$

$\rightsquigarrow PM = ۴۵^\circ \Rightarrow \angle G - (-۱۸۰^\circ) = ۴۵^\circ \Rightarrow \angle(s+4) = ۴۵^\circ$

$\Rightarrow \angle(j\omega+4) = ۴۵^\circ \Rightarrow \omega = 4$ ✓

$|G|_{\omega=4} = ۱ \Rightarrow \left|\frac{K}{4j(4j+4)}\right| = ۱ \Rightarrow \frac{K}{4 \times 4\sqrt{۲}} = ۱ \Rightarrow K = ۱۶\sqrt{۲}$ ✓

۱۰۳- در سیستم دو مخزن زیر که ورودی دبی به ظرف اول $u=1$ است. کدام مورد دربارهٔ ارتفاع ظرف دوم در حالت ماندگار (steady state) درست است؟ (یعنی اینکه مقدار نهایی ارتفاع ظرف دوم چقدر می‌شود؟)
(A_1 و A_2 سطح مقطع دو مخزن، R_1 و R_2 مقاومت شیرهای خطی خروجی)



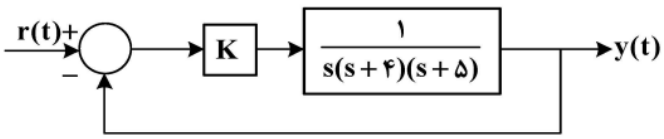
۱) x_2 نهایی به R_1، R_2، A_1 و A_2 بستگی دارد.
۲) x_2 نهایی فقط به R_1 و R_2 بستگی دارد.
۳) x_2 نهایی فقط به A_1 و A_2 بستگی دارد.
۴) x_2 نهایی فقط به R_2 بستگی دارد. ✓

در حالت ماندگار، ورودی و خروجی هر مخزن باید برابر باشد. یعنی ورودی مخزن دوم برابر u است و مستقل از A_1 و R_1 می‌باشد. برای اینکه خروجی مخزن دوم برابر u باشد، باید $u=\frac{x_2}{R_2}$ برقرار باشد پس ارتفاع نقطه تابع R_2 است.

معادلات:

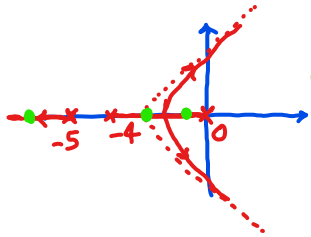
$$\begin{cases} A_1\dot{x}_1 = u - q_1 = u - \frac{x_1}{R_1} \\ A_2\dot{x}_2 = q_1 - q_2 = \frac{x_1}{R_1} - \frac{x_2}{R_2} = u - \frac{x_2}{R_2} \end{cases} \xrightarrow{S.S.} \dot{x}_1=\dot{x}_2=0 \quad \begin{cases} u=\frac{x_1}{R_1} \\ u=\frac{x_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow x_2 = uR_2 = R_2 \checkmark$$

۱۰۴- در سیستم مدار بسته زیر که در آن کنترل‌کننده از نوع خطی تناسبی است، یکی از قطب‌های مداربسته در ۳- قرار دارد. در مورد رفتار خروجی $y(t)$ به‌ازای ورودی مبنای $r(t)$ پله‌ای واحد کدام گزینه درست است؟



۱) رفتار سیستم به‌صورت نمایی با تابع $e^{-0/35t}$ به‌سمت واحد میل می‌کند. ✓
۲) سیستم ناپایدار می‌شود و رفتار سیستم به‌سمت ∞ میل می‌کند.
۳) رفتار سیستم به‌صورت نوسانی میرا به‌سمت واحد میل می‌کند.
۴) رفتار سیستم با تابع e^{-3t} به‌سمت واحد میل می‌کند.

با توجه به اینکه سیستم مرتبه ۳ است، حل کامل آن نیازمند انجام محاسبات مفصل و پیچیده‌ای خواهد بود. بنابراین برای حل تستی، از روش‌های دیگر از جمله مکان هندسی و قطب‌های غالب استفاده می‌کنیم.



مکان هندسی →
حل تحلیلی ↓

قرارداشتن یک قطب مداربسته در ۳- ⇐ K_a ⇐ دو قطب دیگر در مکان هندسی ($K=6$)

⇐ قطب‌های غالب سیستم، دو قطب سمت راست (نزدیک محور موهومی) هستند. پس می‌توان هر دو قطب غالب اصلی کوچک‌تر از ۳ و نزدیک صفر است و گزینه ۱ صحیح است.

چند جمله‌ای مشخصه

$$s(s+4)(s+5)+k=0 \Rightarrow s^3+9s^2+20s+k=0$$

$$\begin{array}{r|l} s^3+9s^2+20s+K & s+3 \\ -s^3+3s^2 & \hline \\ 6s^2+20s+K & s^2+6s+2 \\ -6s^2+18s & \\ 2s+K & \\ -2s+6 & \\ 0 & \end{array} \Rightarrow K=6 \checkmark$$

$$\Rightarrow s^2+6s+2=0 \rightsquigarrow \begin{cases} pq=2 \\ p+q=6 \end{cases} \rightsquigarrow p(6-p)=2$$

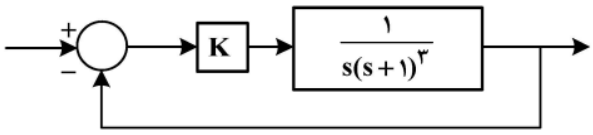
با یک کردن گزینه‌ها: ✓ $p\approx 0.35$

$$\Rightarrow s_1=0.35,\ s_2=3$$

پاسخ سیستم مرتبه ۲ میرا: $c(t)=1+\frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2-1}}\left(\frac{e^{-s_1t}}{s_1}-\frac{e^{-s_2t}}{s_2}\right)$

$s_1 \ll s_2$ ⇐ جمع غالب ✓

۱۰۵- در سیستم زیر، بهره کنترل‌کننده K تقریباً چقدر باشد تا حد بهره (gain margin) مساوی ۶ db (۶ دسی‌بل) شود؟



۱) ۲/۴
۲) ۴/۲
۳) $\frac{1}{9}$
۴) $\frac{4}{9}$ ✓

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)^3} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+1)^3}$$

$$\rightsquigarrow j\omega(j\omega+1)^3 = j\omega\left((j\omega)^3 + 3(j\omega)^2 + 3(j\omega) + 1\right) = j\omega\left(-j\omega^3 - 3\omega^2 + 3j\omega + 1\right)$$

$$= j\omega\left(1 - 3\omega^2 + j(3\omega - \omega^3)\right) = 3\omega^2 - \omega^4 + j\omega(1-3\omega^2)$$

$$\Rightarrow G(j\omega) = \frac{K}{\omega^2(3-\omega^2) + j\omega(1-3\omega^2)}$$

برای محاسبه GM، باید فاز برابر صفر باشد.
بنابراین مولفه موهومی مخرج باید برابر صفر در نظر گرفته شود

$$= 0 \Rightarrow 1 - 3\omega^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega = 0 \\ \omega = \sqrt{1/3} \end{cases} \checkmark$$

$$GM = 6\ dB \Rightarrow |G|_{\omega=\sqrt{1/3}} = 0.5$$

$$\Rightarrow \left|\frac{K}{\omega^2(3-\omega^2)+0}\right| = 0.5 \Rightarrow \frac{K}{\frac{1}{3}(3-\frac{1}{3})} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2K = \frac{1}{3}\left(\frac{9-1}{3}\right) = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow K = \frac{4}{9} \checkmark$$