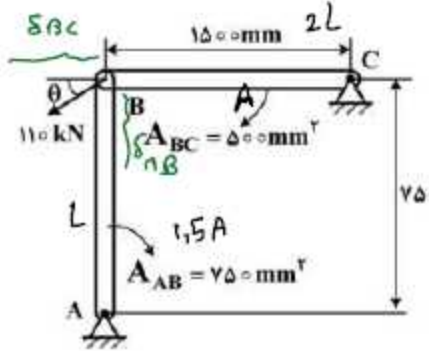
۷۷- میله‌های فولادی AB و BC مطابق شکل بارگذاری شده‌اند. اگر $E = ۲۰۰GPa$ باشد، اندازهٔ جابه‌جایی نقطهٔ B چند میلیمتر است؟

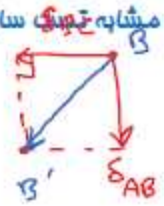
۱) $\frac{۲۰}{۱۱}\sqrt{\frac{۱}{۹}\cos^۲\theta+\sin^۲\theta}$

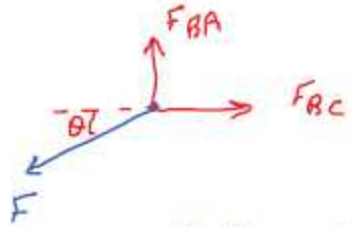
۲) $\frac{۱۱}{۲۰}\sqrt{۹\sin^۲\theta+\cos^۲\theta}$

۳) $\frac{۱۱}{۲۰}\sqrt{۹\cos^۲\theta+\sin^۲\theta}$

۴) $\frac{۲۰}{۱۱}\sqrt{\frac{۱}{۹}\sin^۲\theta+\cos^۲\theta}$







$F_{BC} = F\frac{\cos\theta}{\sin۹۰} = F\cos\theta$

$F_{AB} = F\frac{\sin\theta}{۱} = F\sin\theta$

$\delta_{BC} = \frac{F.\cos\theta.2L}{AE}$; $\delta_{AB} = \frac{F.\sin\theta.L}{۱,۵AE}$ $\Rightarrow \delta_B = \sqrt{\delta_{AB}^۲+\delta_{BC}^۲} = \frac{F.L}{AE}\sqrt{۴\cos^۲\theta+\frac{۴}{۹}\sin^۲\theta}$

$\rightarrow \delta_B = \frac{۱۱۰\times۱۰^۳\times۰,۷۵}{۵۰۰\times۱۰^۶\times۲۰۰\times۱۰^۹}\times\frac{۲}{۳}\sqrt{۹\cos^۲\theta+\sin^۲\theta}$ $\times۱۰^۳ \rightarrow mm$ $= \frac{۱۱۰\times\frac{۳}{۴}}{۱۰^۲\times۳}\times۲ = \frac{۱۱}{۲۰}$

نکته: درصورت استفاده از روابط کرنش محوری، کرنش در هر میله در راستای همان میله اتفاق می افتد و کرنش کلی برابر برآیند مولفه های کرنش است.

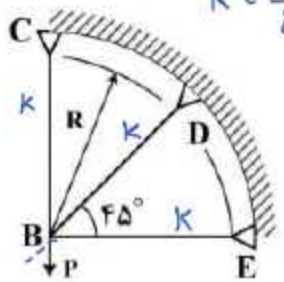
۷۸- نیروی **P** توسط سه عضو نشان داده شده از یک جنس و با یک سطح مقطع تحمل می‌گردد. اندازهٔ نیروی ایجادشده در عضو **BE** کدام است؟ (مؤلفه‌های بردار جابه‌جایی الاستیک نقطهٔ **B** در مقابل **R** کوچک و در محدودهٔ خطی فرض شوند.)

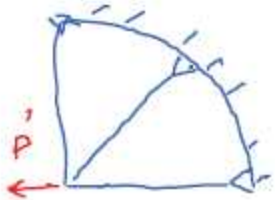
۱) $\frac{P}{3}$

۲) $\frac{P}{4}$

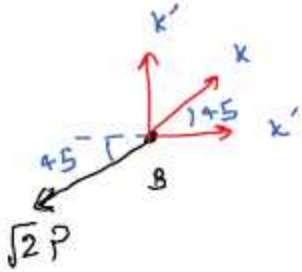
۳) $\frac{P}{5}$

۴) $\frac{P}{6}$





تقارن



$K = \frac{AG}{L}$

$K'_{BE} = K'_{BC} = K\cos^2\alpha$ $\xrightarrow[\text{موازی}]{\text{فنرهای}}$ $K_{eq} = 2K\cos^2\alpha + K$

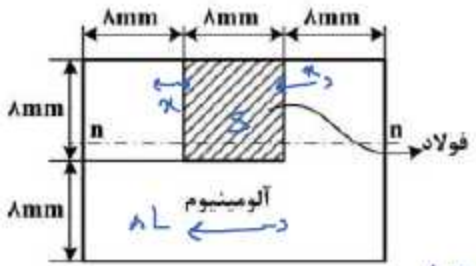
$F'_{BE} = \frac{K'_{BE}}{K_{eq}}\sqrt{2}P \rightarrow F'_{BE} = \frac{K\cos^2\alpha}{K + 2K\cos^2\alpha}\sqrt{2}P$ $\xrightarrow{\alpha = 45^\circ}$ $\frac{\frac{1}{2}}{1+1}\sqrt{2}P$

$F_{BE} = F'_{BE}\cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{4}P \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P}{4}$

نکته: درصورت استفاده از مدلسازی میله به صورت فنر، ترجیحا راستای میله با راستای نیروی وارد بر آن عمود نباشد. سفتی فنر مایل با توان دوم کسینوس زاویه راستای عرکت نقطه انتهایی و راستای فنر میباشد. $k(cos\alpha)^2$

۷۹- دو تیر فولادی $E_S = 210GPa$ و آلومینیمی $E_A = 70GPa$ مطابق شکل زیر، مقطع یک تیر مرکب را تشکیل داده‌اند. درصورتی‌که تیر مرکب تحت گشتاور خمشی ۶۰ نیوتن‌متر حول محور خنثی $n-n$ قرار گیرد، حداکثر تنش ایجاد شده در فولاد چند مگاپاسکال است؟

۱) ۴۲
۲) ۵۱
۳) ۸۲
۴) ۱۲۱



جنس مرجع: فولاد

A_{AL} جدید $= \frac{1}{3} A_{AL}$ اولیه

مشابه تست سال ۹۶ $\frac{E_A}{E_S} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}(2\times8\times16 + 8\times8) = 2\times16\times x + 8\times8 \longrightarrow \frac{1}{3}(2\times2+1) = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

S مقطع جدید: $16\times(8+2x) = 16\times(\frac{4}{3}\times8)$; $n = \frac{\sum E_i A_i \eta_i}{\sum E_i A_i} = \frac{[2\times(8\times16\times8) + (8\times8\times4)] + 3\times8\times8\times12}{8\times8+3\times8\times8} \longrightarrow 9$

$\sigma_S = \frac{M.Y}{I} = \frac{60\times7}{\frac{1}{12}\times\frac{4}{3}\times8\times16^3}$

نکته: در ضمش مقاطع چند جنسی، بجز جنس مرجع باید مساحت بقیه جنس ها n برابر شود ولی طول ضلع آنها در راستای عمود بر تار خنثی تغییر نکند.

۸- مؤلفه‌های تانسور تنش در نقطهٔ P نسبت به دستگاه قائم دکارتی $x_1x_2x_3$ به شکل زیر است:

$$[T]=\begin{bmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 0\\ 2 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

$(1,0,0)$

بردار تنش روی صفحه‌ای که از P می‌گذرد و بر محور x_1 عمود است، کدام است؟

نرمال

$$[T]\times[n]^T \Rightarrow \sigma=\begin{bmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 0\\ 2 & 0 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\2\\2\end{bmatrix}$$

۱) $\begin{bmatrix}2\\4\\0\end{bmatrix}$

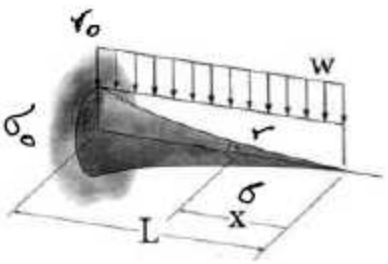
۲) $\begin{bmatrix}2\\0\\2\end{bmatrix}$

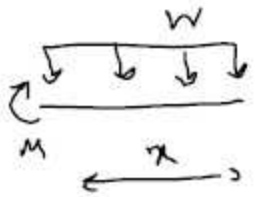
۳) $\begin{bmatrix}2\\4\\2\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}3\\2\\2\end{bmatrix}$

نکته: بردار تنش در هر صفحه از ضرب ماتریسی تانسور تنش در بردار نرمال صفحه مورد نظر بدست می آید. *ترتیب ضرب ماتریسی مهم است.

۸۱- تیر یک‌سرگیردار زیر را تحت بار گستردهٔ یکنواخت مستطیلی به شکل w در نظر بگیرید. اگر تیر دارای تنش خمشی حداکثر ثابت در راستای طول آن باشد، آن‌گاه حاصل $\left(\frac{r}{r_0}\right)^3$ کدام است؟





۱) $\left(\frac{x}{L}\right)^2$

۲) $\left(\frac{x}{L}\right)^3$

۳) $\left(\frac{2x}{L}\right)^2$

۴) $\left(\frac{2x}{L}\right)^3$

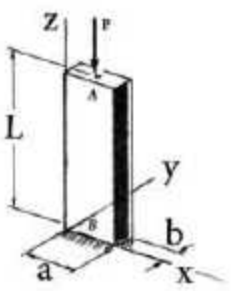
$\sigma_0 = \sigma$

$\sigma_0 = \dfrac{(w \times L \times \frac{L}{2}) \times r_0}{\frac{\pi}{4} r_0^4}$

$\sigma = \dfrac{(w \times \frac{x^2}{2}) r}{\frac{\pi}{4} r^4} \Rightarrow 1 = \dfrac{L^2 / r_0^3}{x^2 / r^3} \rightarrow \left(\dfrac{r}{r_0}\right)^3 = \left(\dfrac{x}{L}\right)^2$

نکته: تنش ناشی از گشتاور خمشی در تیرها باید از اصول تعادل بدست آید. یعنی ابتدا گشتاور در هر مقطع بدست آید و پس از آن تنش محاسبه میشود.

۸۲- ستون بلند AB به ابعاد a و b و L به‌صورت شماتیک در شکل زیر نشان داده شده است. انتهای B گیردار و انتهای A آزاد است. با توجه به $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$ و $L = 20a$ و $a = 2b$ و $L_e = 2L$، بار بحرانی کدام است؟



۱) $\frac{\pi^2}{120} Eb^2$

۲) $\frac{\pi^2}{480} Eb^2$

۳) $\frac{\pi^2}{9600} Eb^2$

۴) $\frac{\pi^2}{38400} Eb^2$

$I_1 = \frac{1}{12} ab^3$ ✓

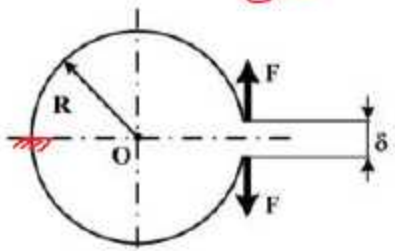
$I_2 = \frac{1}{12} ba^3$

$I = \frac{1}{12}(2b)(b^3)$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 E \times \frac{1}{6} b^4}{4(20 \times 2b)^2} = \frac{\frac{1}{6}\pi E b^2}{4 \times 1600} = \frac{\pi E b^2}{6 \times 6400}$

نکته: نیروی بحرانی در کمانش، برابر است با کمترین نیرویی که باعث ایجاد کمانش میشود. بنابراین ممان دوم سطح مول محور ضعیف تر محاسبه میشود.

۸۳- از یک حلقهٔ شکاف‌دار به شعاع R، به عنوان یک نگهدارنده روی محور یک ماشین استفاده می‌شود. به‌منظور نصب آن نیروی مماسی رو به خارج F در محل شکاف باید وارد شود. تا فاصله‌ای به اندازهٔ δ به وجود آید. اگر سفتی خمشی سطح مقطع برابر EI باشد، مقدار نیروی لازم کدام است؟



(۱) $\frac{EI\delta}{3\pi R^2}$

(۲) $\frac{EI\delta}{2\pi R^3}$

(۳) $\frac{2EI\delta}{3\pi R^2}$

(۴) $\frac{2EI\delta}{3\pi R^3}$

نکته: برای یافتن نیرو یا جابجایی که حالت بارگذاری محوری یا عرض ندارند، از روش انرژی استفاده میکنیم. تقارن های زوج و فرد در کوتاه کردن زمان حل، کاربرد فراوانی دارند.